

TN06-TRANSMISSION D'EFFORTS EN MÉCANIQUE

Étude de cas : Cric hydraulique



Remerciement

Nous tenions à exprimer notre profonde gratitude et nos sincères remerciements aux personnes suivantes pour l'aide qu'elles nous ont apportée durant la réalisation de ce projet :

Jean-Luc DULONG, responsable de l'UV TN06 et chargé de TD, pour avoir suivi l'avancée du rapport et guider nos réflexions tout en nous apportant de précieux conseils pour l'analyse théorique de notre système. Par votre encadrement, nous avons pu approfondir nos connaissances et stimuler notre réflexion.

Nicolas Buiron, notre chargé de TP, pour nous avoir aiguillé lors de la réalisation de nos expériences et clarifié nos doutes afin de renforcer la compréhension des différents concepts abordés.

Table des matières

INTRODUCTION	1
EXPERIENCES	4
RESSORT	4
CORRELATION ENTRE FORCE UTILISATEUR SUR LE LEVIER ET CHARGE SUR LA SELLETTE SOUDEE.....	5
ÉTUDE DE L'ÉQUILIBRE DU SYSTÈME	8
RESOLUTION GRAPHIQUE	8
<i>Biellette (6)</i>	8
<i>Sellette soudée (7)</i>	9
<i>Levier (2)</i>	11
<i>Piston (4)</i>	12
RESOLUTION ANALYTIQUE.....	13
<i>Bras de levage (5)</i>	13
RESOLUTION DE LA PARTIE HYDRAULIQUE	19
REPONSES AUX PROBLEMATIQUES	21
PROBLEMATIQUE 1	21
PROBLEMATIQUE 2.....	21
PROBLEMATIQUE 3.....	22
CONCLUSION	23
ANNEXE	

Tables des figures

Figure 1 - Schéma cinématique du cric hydraulique	1
Figure 2 - Graphe de liaison du cric hydraulique	2
Figure 3 - Mesure de la longueur à vide du ressort.....	4
Figure 4 - Mesure de la longueur sous tension du ressort.....	4
Figure 5 - Photos de l'expérience de détermination de la corrélation entre force utilisateur et charge sur la sellette soudée	5
Figure 6 - Photo de la vérification systématique de l'angle du levier	6
Figure 7 - Graphique de l'évolution de la force utilisateur en fonction du poids appliqué lorsque l'angle vaut 20°	6
Figure 8 - Schéma de la force F_{u-exp} et de la force F_{u-th}	7
Figure 9 - Angle d'inclinaison du bras de levage (5)	8
Figure 10 - Direction de la biellette	8
Figure 11 - Résolution graphique sur la sellette soudée en phase J.....	9
Figure 12 - Résolution graphique sur la sellette soudée en phase K	10
Figure 13 - Résolution graphique sur le levier.....	11
Figure 14 - Zoom sur le "mini piston" en B'.....	11
Figure 15 - Direction de l'axe du piston	12
Figure 16 - Vue 3D du bras de levage	13
Figure 17 - Vue de face du bras de levage.....	13
Figure 18 - Vue du dessus du bras de levage.....	13
Figure 19 - Représentation dans l'espace du ressort en R.....	14
Figure 20 - Tableau récapitulatif des AM extérieures à la pièce 5 en phase J.....	16
Figure 21 - Schéma des actions mécaniques extérieures à la pièce 5 en phase J	16
Figure 22 - Tableau récapitulatif des AM extérieures à la pièce 5 en phase K	18
Figure 23 - Schéma des actions mécaniques extérieures à la pièce 5 en phase K	18
Figure 24 - Schéma de la partie hydraulique du cric	19
Figure 25 - Vue de face du cric hydraulique en A3	1
Figure 26 - Diverses vues du cric hydraulique en A3	2
Figure 27 - Vue de côté du cric hydraulique en A3	3
Figure 28 - Graphique de l'évolution de la Force utilisateur minimale en fonction du diamètre de la section D, lorsque la charge est de 19620 N en J et lorsque l'angle du bras de levage vaut 20° avec l'horizontale.....	8
Figure 29 - Graphique présentant l'évolution de la force du ressort en fonction de l'allongement de ce dernier.....	11

Introduction

Dans le cadre de notre étude de cas de TN06, Clément Balcon, Damien Guichon et Lucas Arulnadin avons choisi de mener une étude sur le fonctionnement d'un cric hydraulique. Il s'agit d'un système technique utilisé pour le levage d'un véhicule lorsque l'on a besoin de changer une roue. Le principe de ce cric est de pouvoir démultiplier la force de l'utilisateur par l'intermédiaire d'une force de pression exercée par la zone hydraulique du cric, permettant ainsi de lever jusqu'à 2 tonnes. Plusieurs actions successives sur le levier sont nécessaires pour passer de la position la plus basse du bras à la plus haute (comme nous avons pu l'expliquer dans notre rapport intermédiaire).

À chaque abaissement du levier (2), un contact linéaire rectiligne vient soumettre une pression p_1 dans un vérin (3), le tout dans une zone hydraulique qui pour cette étude restera en grande partie une boîte noire opaque (nous n'en détaillerons pas les procédés exacts de fonctionnement car cela relèverait du domaine de la mécanique des fluides ce qui est hors sujet dans le cadre de l'UV TN06). Néanmoins pour pouvoir mener à bien l'étude statique de ce système, il sera tout de même nécessaire d'effectuer un zoom sur les forces de pression qui y agissent. Cette force de pression va ainsi provoquer la translation de notre piston (4) qui va venir la transmettre au bras de levage (5) par une liaison pivot. En parallèle, l'ensemble de la zone hydraulique viendra accompagner le levage du bras (5) par une liaison pivot avec le châssis (1). Néanmoins, l'avancée du bras sera retenue par une autre articulation entre lui et le châssis (1) ainsi qu'à l'aide d'un ressort dont il nous faudra étudier l'impact sur l'équilibre statique de notre cric. Enfin, c'est la sellette soudée (7) qui viendra supporter le poids du véhicule en transmettant cet effort au bras de levage (5) par une autre liaison pivot ainsi qu'à la biellette (6) par un pivot. Cette biellette (6) est elle aussi en pivot avec le châssis (1). C'est avec cette représentation du mécanisme que nous avons pu établir, dans notre rapport précédent, un graphe des liaisons et un schéma cinématique dont la modélisation a dû être rediscutée par la suite.

Par conséquent, voilà ce que nous avons retenu comme schéma cinématique (Figure 1 - Schéma cinématique du cric hydraulique) et comme graphe de liaison (Figure 2 - Graphe de liaison du cric hydraulique) pour l'étude de ce cric hydraulique.

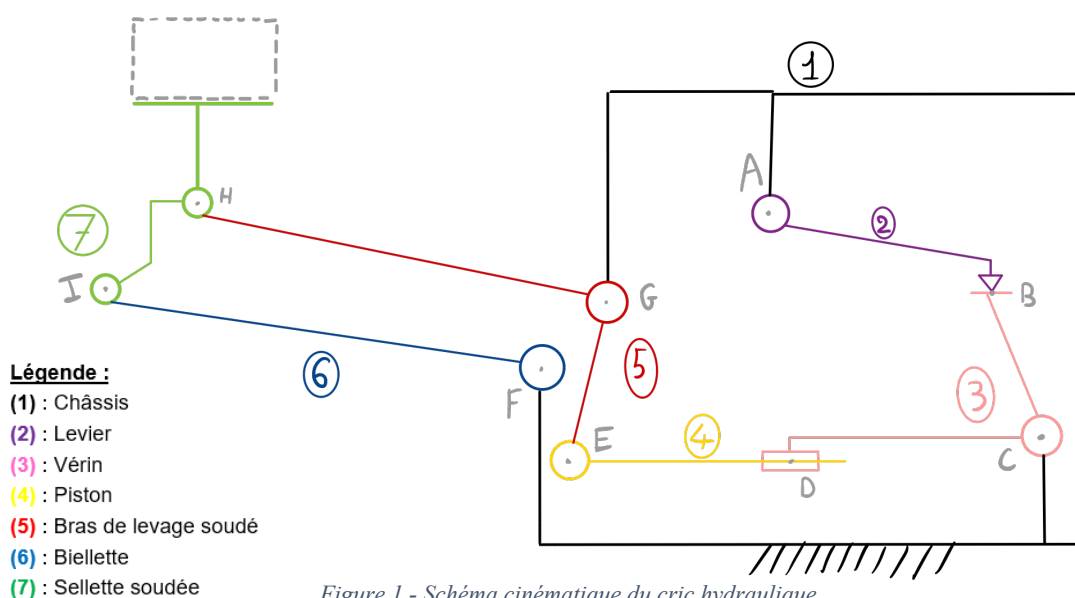


Figure 1 - Schéma cinématique du cric hydraulique

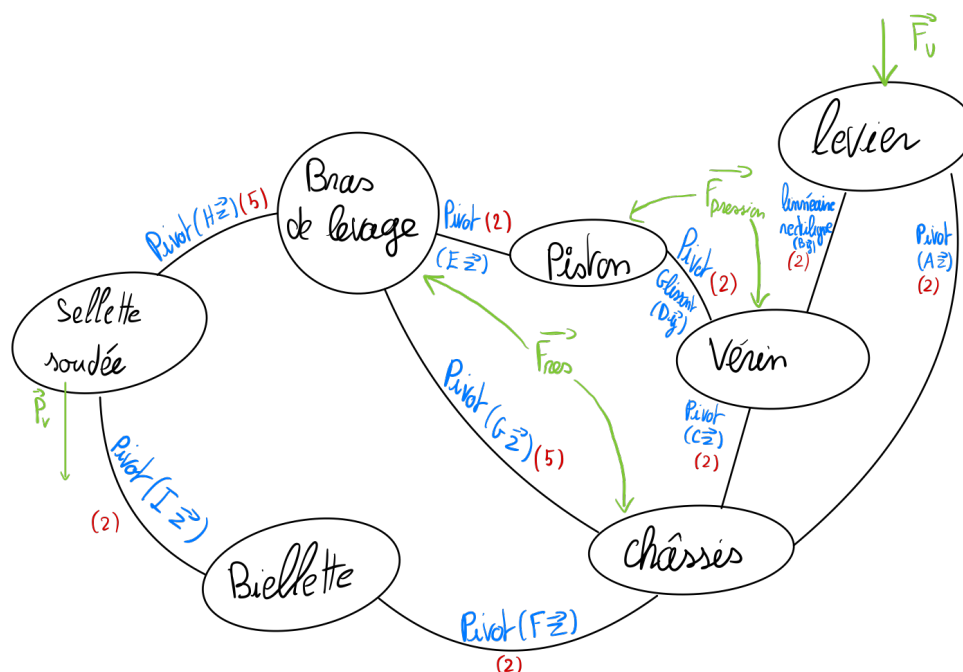


Figure 2 - Graphe de liaison du cric hydraulique

Nos problématiques pour cette étude de cas sont les suivantes :

Problématique 1 : Sous la charge maximale de 2 tonnes, quelle Action Mécanique doit exercer le vérin ?

Ici, le but sera principalement de résoudre l'application du Principe Fondamentale de la Statique (PFS) sur notre système pour démontrer dans quelles mesures les forces entrant en vigueur sont importantes en sortie du mécanisme pour ensuite corréliser avec la problématique suivante.

Problématique 2 : En supposant que l'utilisateur exerce une force orthogonale au levier, étudier l'équilibre global du cric hydraulique sous l'influence du poids d'un véhicule.

Une fois l'étude de la partie post-hydraulique du système achevée, nous nous intéresserons alors aux efforts antérieurs à la zone hydraulique dans le but d'observer clairement l'amplification de force qu'exerce cette boîte noire. (Nous comparerons les efforts entre l'entrée et la sortie soit entre la force utilisateur et la charge appliquée). Pour cela, il nous faudra notamment effectuer une analyse dite hydraulique pour étudier les forces de pression en action au sein de la zone hydraulique afin de comprendre les raisons de cette démultiplication de forces et pouvoir étudier la partie pré-hydraulique.

Problématique 3 : Sous une charge appliquée au point K, quelle est l'action minimale que doit exercer l'utilisateur pour rompre l'équilibre et donc actionner le levier ?

Cette problématique se focalisant sur la partie pré-hydraulique sera particulièrement dépendante de la partie expérimentale de notre étude. Après avoir déterminé, grâce au PFS, la force théorique que devra exercer l'utilisateur sous un poids de 2 tonnes (problématique 2), notre dernier objectif sera de faire corréliser ces valeurs à une application réelle pour en confirmer la justesse.

Avant toute chose, il faut rappeler que notre étude préliminaire précédente (rapport intermédiaire) nous a permis d'établir quelques hypothèses sur notre système qui permettent de simplifier l'étude pour ne pas être encombré de valeurs qui pourraient complexifier cette étude plus que nécessaire.

Hypothèses :

- Nous négligerons le poids propre du cric hydraulique qui sera bien inférieur à celui du véhicule et aux autres forces présentes dans le système.
- Dans notre étude nous négligerons également les frottements présents dans les liaisons de notre système. Ce dernier est composé en grande majorité d'articulations, il y a donc un contact entre deux solides dont nous ignorons les matériaux et donc le coefficient de frottement engendré par le contact nous est également inconnu.
Nous considérons ainsi que les liaisons sont parfaites en termes de géométrie mais aussi que les solides sont non déformables.
- Nous considérerons inconnue le lien avec le monde extérieur, ce qui signifie que nous ne traitons pas les actions mécaniques des roues sur le sol.
- Les géométries de certaines pièces de notre cric hydraulique sont symétriques et leurs charges extérieures se trouvant dans ce plan de symétrie, nous pourrions considérer, lors de la résolution du PFS sur ces pièces, que notre problème est plan. Cela implique qu'une partie de notre étude de cas pourra être traitée par une résolution graphique. En revanche, une fois arrivé à l'étude du bras de levage, prendre le cas d'un problème plan ne sera plus possible pour des raisons qui seront expliquées en temps voulu.

Expériences

Afin d'avoir tous les éléments pour pouvoir résoudre le PFS par la suite, nous avons décidé de détailler ici comment les valeurs utilisées pour certains calculs ont été obtenues.

Ressort

Premièrement, notre système comportait une inconnue cruciale qu'il nous a fallu analyser pour le bon déroulement de l'étude statique du bras de levage, à savoir la force exercée par le ressort entre le bras et le bâti. En effet dans notre étude suivante, nous avons utilisé dans le PFS une valeur $F_R = k(l - l_0)$ correspondant à la force exercée par le ressort. Le coefficient de proportionnalité, aussi appelé la raideur, k est une valeur que nous avons déterminée expérimentalement car celle-ci nous était inconnue. Nous avons donc dû mener une première expérience pour en déduire ce coefficient de raideur et ainsi l'inclure dans notre PFS.

Pour calculer la raideur k , dont la formule est : $k = \frac{F_R}{\text{Allongement}} = \frac{F_R}{l_f - l_0}$, plusieurs étapes ont été effectuées afin de connaître les différentes valeurs qui nous seront utiles pour calculer cette constante. Pour chaque étape, les mesures ont été réalisées 5 fois avec un pied à coulisse afin de leur associer une incertitude.

Nous avons mesuré dans un premier temps la longueur à vide du ressort l_0 en mm (voir Figure 3 - Mesure de la longueur à vide du ressort) et effectuer son calcul d'incertitude (voir tableau 5 de la page 10 en annexe).

Nous obtenons donc :

$$l_0 = 104,43 \pm 0,20 \text{ mm}$$



Figure 3 - Mesure de la longueur à vide du ressort

Le même procédé a été réalisé avec la longueur finale l_f pour calculer l'allongement.

Nous avons cherché, pour différentes forces appliquées, la valeur de la longueur finale l_f . Pour cela, l'expérience consistait à appliquer différents poids sur le ressort. Nous avons mesuré la longueur du ressort lorsque celui-ci était soumis à ces poids ce qui nous a permis de mesurer l'allongement du ressort (voir Figure 4 - Mesure de la longueur sous tension du ressort).

Pour chaque longueur finale l_f , nous avons aussi calculé les incertitudes puis l'allongement avec aussi son incertitude associée (voir tableau 6 de la page 10 en annexe).

Enfin, la constante de raideur k a été calculée avec son incertitude associée.

Nous obtenons finalement : $k = 7,94 \pm 0,02 \text{ N/mm}$.

Les incertitudes sur ce coefficient ont aussi été calculées (voir tableau 7 de la page 11 en annexe) et tracer le graphe de l'évolution de la force du ressort en fonction de son allongement, faisant apparaître le coefficient de proportionnalité k (voir figure 29 de la page 11 en annexe).

Ainsi, le ressort est donc totalement connu et pourra être utilisé lors de l'étude du PFS.



Figure 4 - Mesure de la longueur sous tension du ressort

Corrélation entre force utilisateur sur le levier et charge sur la sellette soudée

Nous cherchons à déterminer l'action minimale requise de la part de l'utilisateur pour abaisser le levier lorsqu'une masse de 2 tonnes s'applique sur la sellette soudée et lorsque l'angle du bras de levage est de 20° par rapport à l'horizontale (telles sont les conditions choisies dans notre étude théorique). Il s'agit de la force utilisateur à émettre pour rompre le PFS.

Pour cela nous avons placé des poids sur la sellette soudée pour simuler les conditions plus ou moins réelles du poids qu'exerce le véhicule sur cette sellette, ainsi que l'action que doit fournir l'utilisateur sur le levier pour rompre l'équilibre et élever le véhicule. Néanmoins les conditions du cadre dans lequel les expériences sont menées nous obligent à appliquer des poids bien inférieur à 2 tonnes, puis à raisonner par proportionnalité. De plus nous avons voulu vérifier si la charge appliquée sur la sellette soudée avait bel et bien un impact sur la force de l'utilisateur car, en effet, le principe de ce cric veut justement que la partie hydraulique démultiplie la force appliquée en entrée, principe que nous démontrerons théoriquement dans l'analyse statique de la zone hydraulique ci-après.

Par conséquent, il nous fallait vérifier s'il y avait bien un rapport de proportionnalité entre la force d'entrée qu'est la force utilisateur, et celle de sortie, le poids du véhicule.

Par conséquent nous avons appliqué le protocole suivant durant l'expérience :

- Positionner le bras de levage a un angle de 20° par rapport à l'horizontale, qui est l'angle que nous avons pris pour la résolution de notre PFS
- Appliquer un certain poids sur la sellette soudée
- Accrocher une ficelle avec un crochet au levier
- Ajouter des masses sur le crochet jusqu'à ce que le levier commence à descendre, c'est-à-dire lorsque son équilibre est rompu
- Répéter 3 fois pour appliquer des incertitudes
- Refaire l'expérience avec des poids différents sur la sellette pour ensuite raisonner par proportionnalité
- Tracer un graphique montrant la corrélation entre la charge appliquée et la force utilisateur minimale pour rompre le PFS



Figure 5 - Photos de l'expérience de détermination de la corrélation entre force utilisateur et charge sur la sellette soudée

En observant le mécanisme, nous avons vérifié que plus la charge était élevée plus il fallait fournir d'effort en entrée. Cependant, nous avons remarqué que cet effort était lié aussi à l'effort qu'exerce le piston sur le bras de levage, ce qui nous a permis de comprendre qu'il y avait bien un procédé hydraulique qui se déroulait dans notre vérin et qui démultiplie la force.

Lors de notre protocole, il est aussi utile de noter que la ficelle n'a pas été accrochée exactement à l'extrémité du levier mais au milieu de la poignée, ce qui se rapproche plus de la réalité.

Afin de rester dans des conditions initiales similaires pour chaque expérience, nous avons positionné au préalable le levier à un angle de 40° par rapport à l'horizontale, qui est l'angle pour lequel le levier reste à l'équilibre lorsque celui-ci n'est soumis à aucune charge. Cet angle a été mesuré, et vérifié systématiquement, à l'aide d'une application disponible sur nos smartphones (voir Figure 6 - Photo de la vérification systématique de l'angle du levier)

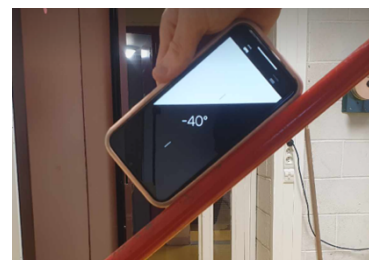


Figure 6 - Photo de la vérification systématique de l'angle du levier

Étant donné qu'il s'agit d'observations expérimentales, à chacune des valeurs ont été associée des incertitudes. Tout d'abord les poids que nous avons appliqués au levier étaient marqués d'une masse (en gramme) ou d'un poids (en newton), par conséquent nous avons effectué des calculs d'incertitudes, à l'aide d'une balance, sur ces poids.

Avec les valeurs que nous avons obtenues, deux choses sont à vérifier :

Tout d'abord, nous rappelons que nos suppositions penchaient pour une relation de proportionnalité entre la charge appliquée en sortie et la force requise par l'utilisateur en entrée pour pouvoir élever le véhicule et donc rompre le PFS. Pour vérifier cela, nous avons effectué des expérimentations. Les valeurs moyennes des forces utilisateurs présentes sur le graphique suivant (voir Figure 7 - Graphique de l'évolution de la force utilisateur en fonction du poids appliqué lorsque l'angle vaut 20°) sont disponibles, avec leurs incertitudes, en annexe (voir tableau 1 de la page 7 en annexe)).

On peut donc approximativement tracer une droite reliant ces valeurs ce qui montre que la transmission de force suit un patronne linéaire. On peut donc déduire le coefficient directeur de cette droite ainsi que son ordonnée à l'origine.

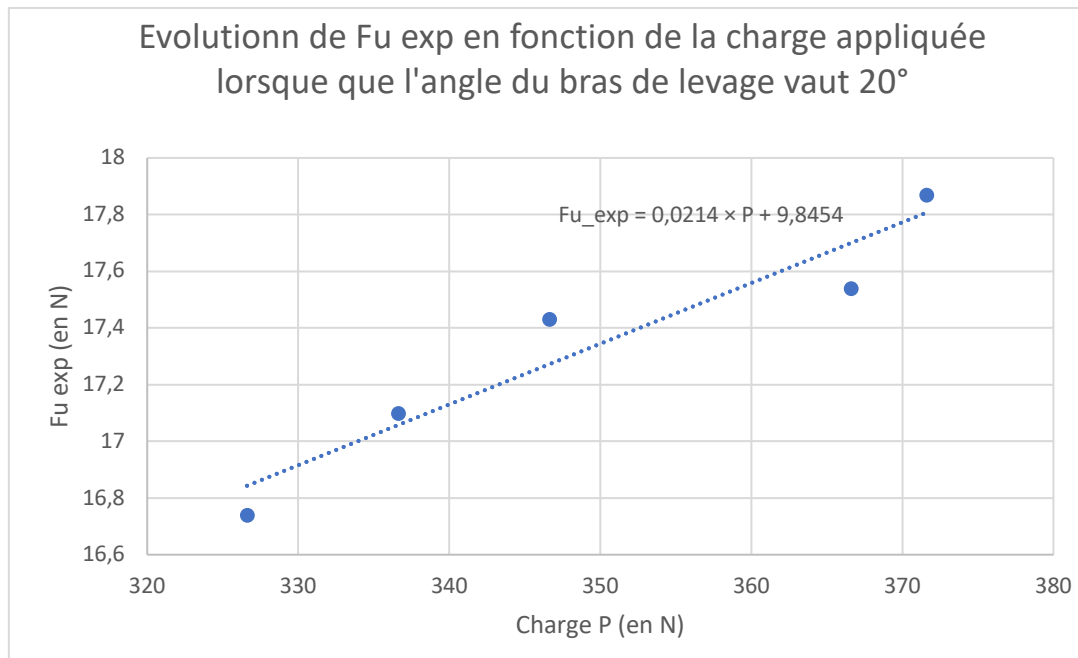


Figure 7 - Graphique de l'évolution de la force utilisateur en fonction du poids appliqué lorsque l'angle vaut 20°

On obtient la formule ci-dessous :

$$F_{u_exp} = 0.0214 \times P + 9.8454$$

Avec P le poids appliqué en J et F_{u_exp} la force utilisateur expérimentale à appliquer au point U.

On peut donc appliquer cette formule pour un poids de 19 620 N, qui est le poids d'un véhicule dont la masse est de 2 tonnes.

$$F_{u \text{ exp}} = 0,0214 * 19620 + 9.8454 = 429.71\text{N}$$

Lors de nos expérimentations, dû au manque de possibilité, nous avons simulé une force $\vec{F}_{u\text{-exp}}$ verticale. La force $\vec{F}_{u\text{-th}}$ utilisée lors de la résolution du PFS est quant à elle orthogonale au bras de levier.

Ainsi, pour pouvoir les comparer il faut donc ramener la force expérimentale sur l'axe perpendiculaire, comme le démontre la figure suivante (Figure 8 - Schéma de la force $F_{u\text{-exp}}$ et de la force $F_{u\text{-th}}$).

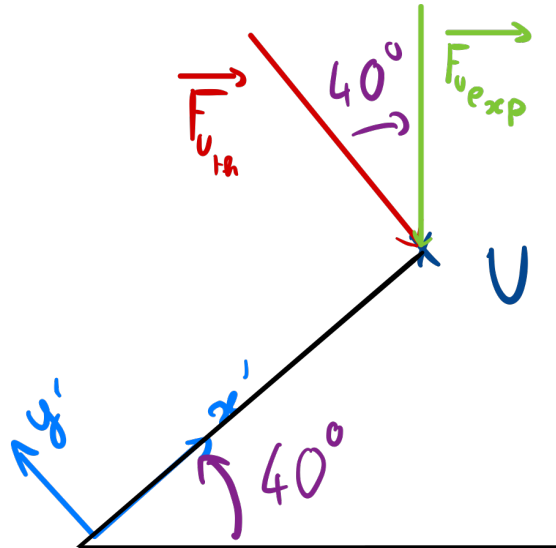


Figure 8 - Schéma de la force $F_{u\text{-exp}}$ et de la force $F_{u\text{-th}}$

De ce fait, il faut effectuer le calcul suivant : $\|\vec{F}_{u \text{ exp-orthogonale}}\| = \cos(40^\circ) \times \|\vec{F}_{u\text{-exp}}\|$ et on trouve :

$$F_{u \text{ exp-orthogonale}} = \cos(40^\circ) \times 430.99 = 329,18 \text{ N}$$

Nous avons donc une valeur expérimentale de la force utilisateur qui est orthogonale au levier. Il s'agit de notre valeur expérimentale que nous comparerons dans la suite avec notre valeur théorique calculée lors du PFS.

Étude de l'équilibre du système

Afin de pouvoir étudier l'ensemble de notre système et se rapporter à notre expérience, nous avons choisi d'utiliser un angle d'inclinaison du bras de levage de 20° par rapport au sol comme le montre la figure suivante :

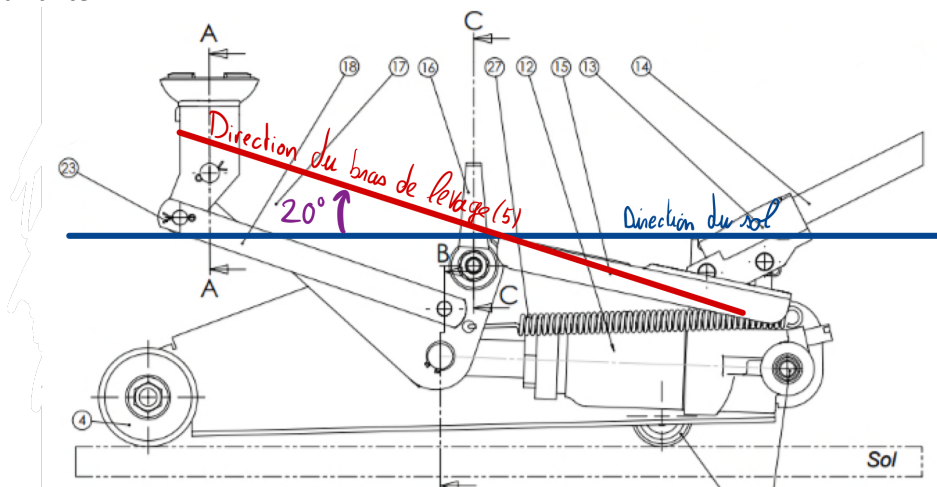


Figure 9 - Angle d'inclinaison du bras de levage (5)

Résolution graphique

Comme énoncé précédemment, nous sommes, pour certaines pièces, dans un problème plan. Nous commencerons donc par étudier graphiquement celles-ci.

Biellette (6)

La biellette (6) est soumise à deux forces coplanaires. Par conséquent, on sait que ces deux forces seront de même direction et de sens opposés, soit : $\vec{F}_I = -\vec{F}_F$ [1].

Ces forces suivent la direction de la biellette donnée sur la figure suivante par la droite (IF) :

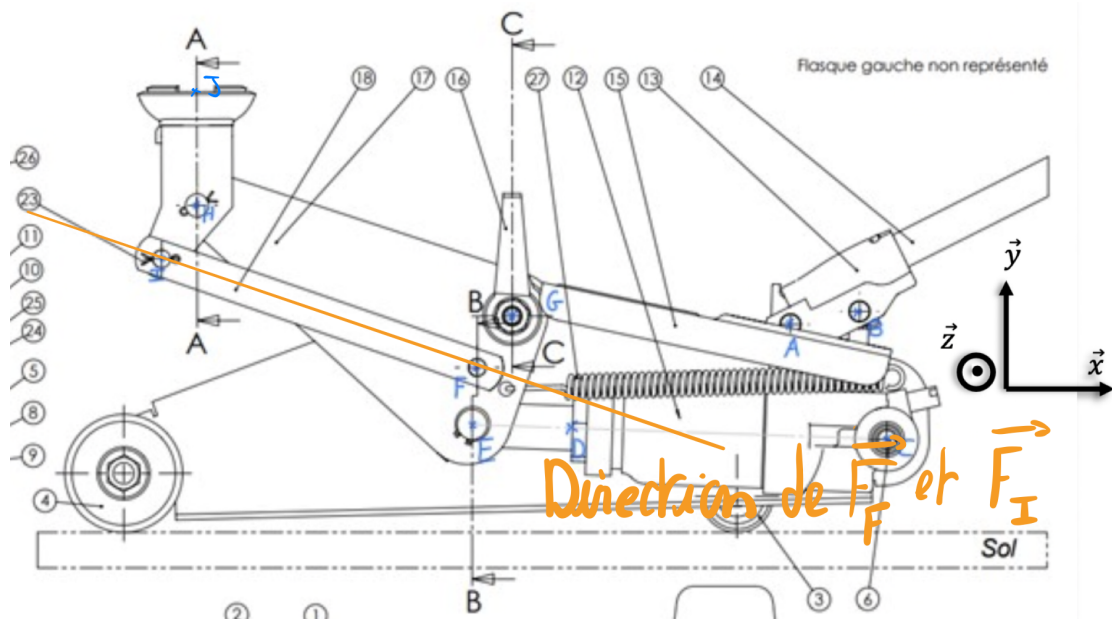


Figure 10 - Direction de la biellette

Sellette soudée (7)

Ici, nous nous confrontons à une complication, à savoir le point d'application du poids. Nous allons donc séparer notre résolution en deux. Quand le poids est parfaitement appliqué en J et lorsqu'il est décalé en K.

Nous garderons ces deux situations pour justifier l'utilité de la biellette au cours de notre étude.

Pour ce qui est du bilan des forces, nous avons ici théoriquement trois forces coplanaires qui s'appliquent sur notre solide :

- Le poids du véhicule, \vec{P} , en J ou en K, de direction verticale vers le bas et $P = 19620 \text{ N}$
- La force du pivot en I, \vec{F}_I de direction connue (IF)
- La force du pivot en H, \vec{F}_H inconnue

Par conséquent, les directions des trois forces se croisent en un point ce qui nous permet de déduire la direction de \vec{F}_H ainsi que les normes de chacune des forces grâce à un triangle des forces. Nous allons résoudre graphiquement le PFS dans ces deux phases différentes.

Phase 1 : Poids du véhicule en J

Quand le poids $P=19620 \text{ N}$, correspondant à la charge de masse $m=2000 \text{ kg}$, s'applique en J, nous obtenons la résolution normale énoncée précédemment :

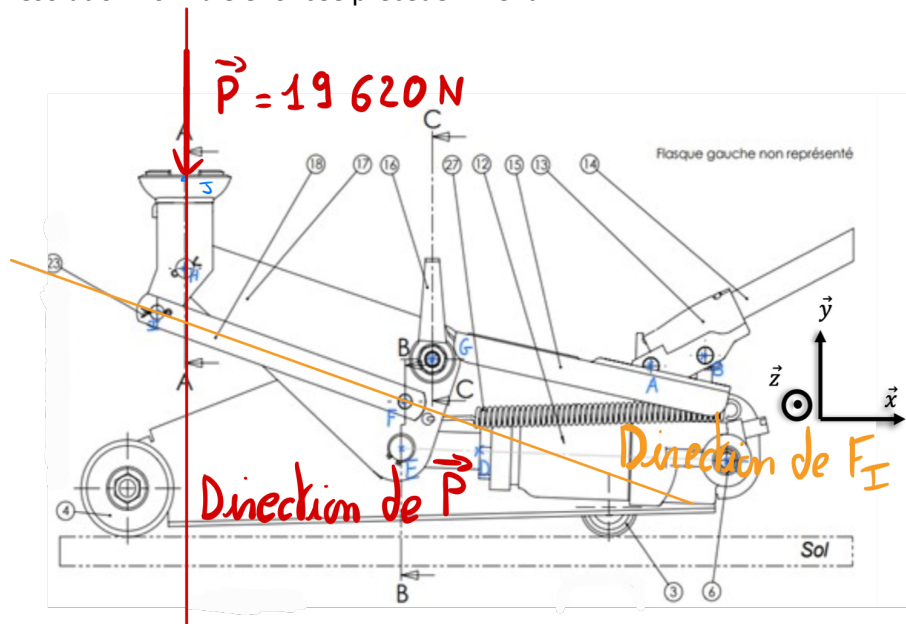


Figure 11 - Résolution graphique sur la sellette soudée en phase J

La particularité dans cette phase est la position du point d'intersection car le point J et le point H sont alignés. Par conséquent \vec{F}_H a également une direction verticale ce qui nous empêche de fermer le triangle des forces. On peut donc en conclure, étant donné que \vec{F}_I n'est pas parallèle au poids, que la force exercée dans la biellette est nulle.

Ainsi en reprenant l'équation [1], on trouve : $\vec{F}_I = -\vec{F}_F = \vec{0}$.

On voit donc que le triangle des forces n'est possible que si la force \vec{F}_I est nulle. La biellette devient donc inutile lorsque le poids s'applique parfaitement en J.

On a donc :

$$F_H = -P = 19620 \text{ N}$$

Phase 2 : Poids du véhicule en K

On décale maintenant le centre d'application de la charge de 40 mm à l'horizontale vers la gauche au point K, on obtient donc un point d'intersection des directions de \vec{F}_I et de \vec{P} . On peut ainsi tracer la direction de \vec{F}_K et obtenir notre triangle des forces. La figure suivante résume la résolution graphique :

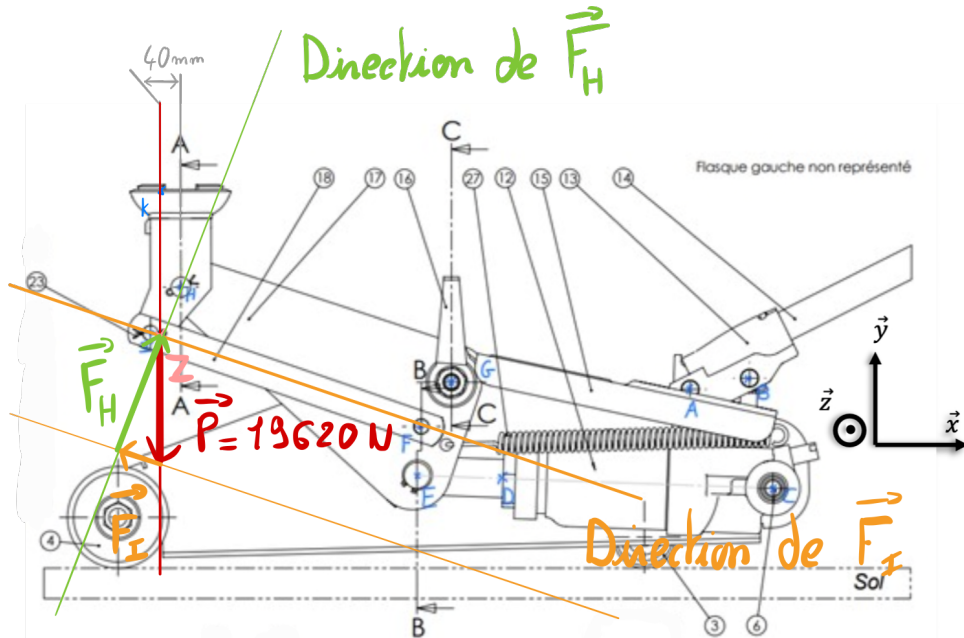


Figure 12 - Résolution graphique sur la sellette soudée en phase K

En revanche, ici lorsque nous décalons le centre d'application de notre charge de 40 mm en K, la direction de \vec{F}_H change et la biellette (6) rentre en application.

A l'échelle du plan on utilise : $\vec{P} = 19\,620\text{ N} = 2\text{ cm}$.

On mesure : $\vec{F}_I = 0,725\text{ cm}$, soit :

$$\|\vec{F}_I\| = 7\,112,25 \pm 83,67\text{ N} = \|\vec{F}_F\|$$

On mesure : $\vec{F}_H = 1,9\text{ cm}$, soit :

$$\|\vec{F}_H\| = 18\,639 \pm 438,07\text{ N}$$

Levier (2)

On isole maintenant le levier (2)

Pour ce qui est du bilan des forces sur le levier (2) nous avons ici théoriquement trois forces coplanaires qui s'appliquent sur notre solide :

- La force utilisateur \vec{F}_u , orthogonale au levier
- La force du corps hydraulique en B, \vec{F}_B de direction verticale (ici nous avons une liaison linéaire rectiligne et dans le cadre d'un problème plan, la seule Action Mécanique restante est celle de direction \vec{y})
- La force du bâti en A (liaison pivot) \vec{F}_A

La force en B, résultant de la pression dans le cric hydraulique, sera supposée connue pour le moment, comme l'explique la *Figure 14 - Zoom sur le « mini-piston » en B et B'*. Nous reviendrons sur la recherche de sa norme plus tard dans ce rapport, lorsque l'on étudiera la partie hydraulique. Nous utiliserons donc \vec{F}_B pour exprimer \vec{F}_u et \vec{F}_A sans valeurs numériques dans un premier temps.

Voici ce que l'on obtient graphiquement comme lien de proportionnalité d'après la *Figure 13 - Résolution graphique sur le levier* :

$$\|\vec{F}_A\| = 0.93 \times \|\vec{F}_B\|$$

$$\|\vec{F}_u\| = 0.08 \times \|\vec{F}_B\|$$

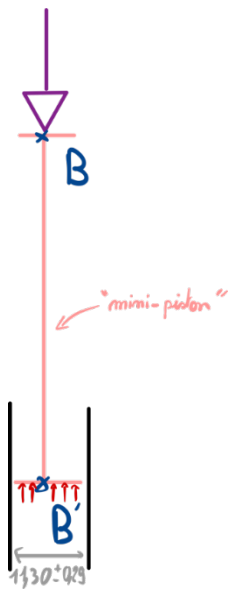


Figure 14 - Zoom sur le "mini piston" en B'

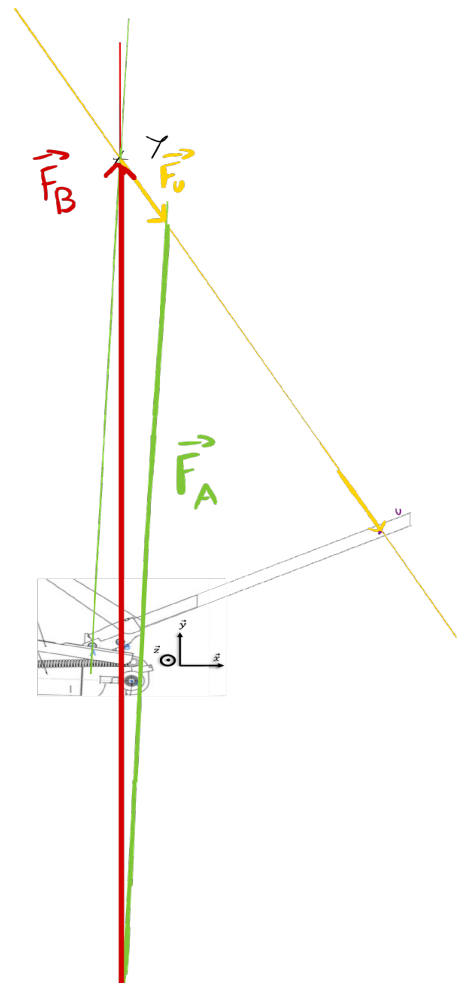


Figure 13 - Résolution graphique sur le levier

Piston (4)

On peut ensuite isoler le piston (4)

Ici encore, nous sommes dans un problème plan, par conséquent on peut observer graphiquement que le piston (4) est soumis à deux forces, elles sont donc une fois de plus de même direction et de mêmes normes, mais de sens opposés. On a donc $\|\vec{F}_E\| = \|\vec{F}_D\|$.

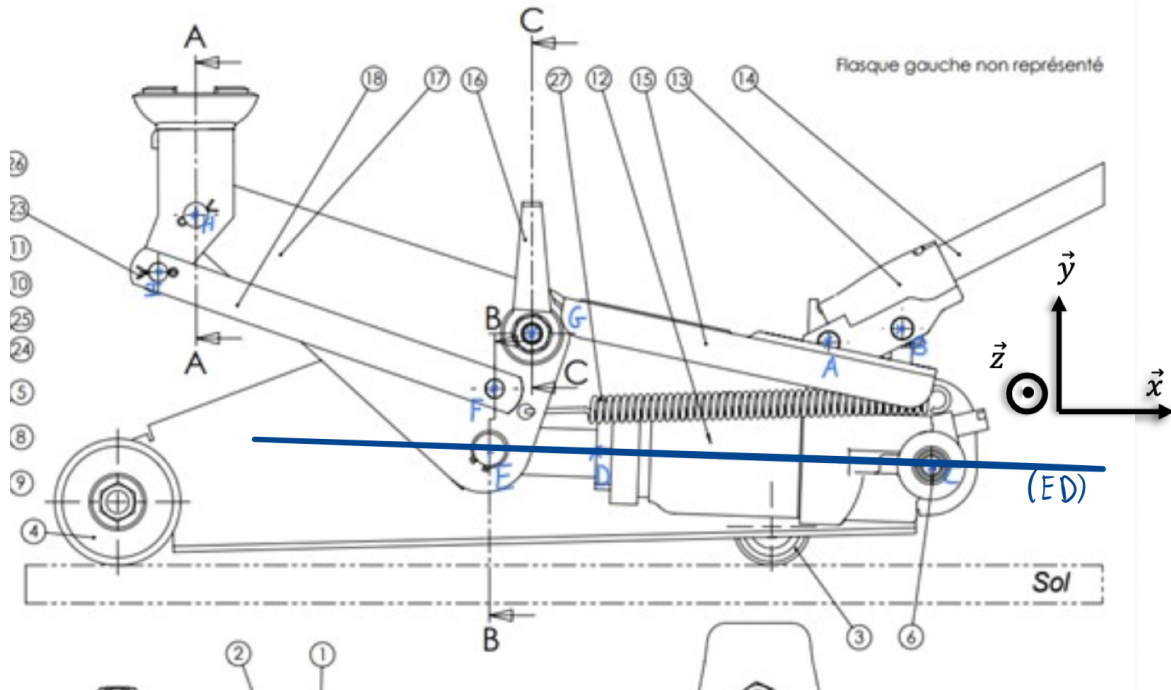


Figure 15 - Direction de l'axe du piston

La direction de \vec{F}_E donnée par la droite ED nous communique des informations sur le torseur en E qui seront utiles pour la suite de la résolution :

$$\text{Pivot d'axe } (E, \vec{z}) : \begin{Bmatrix} -F_E * \cos(\gamma) & - \\ F_E * \sin(\gamma) & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{\forall \text{ pt de l'axe } (E, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} -F_E * \cos(1^\circ) & - \\ F_E * \sin(1^\circ) & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{\forall \text{ pt de l'axe } (E, \vec{z})}$$

Avec γ l'angle entre la direction de (ED) et l'axe \vec{x} .

Pour le reste de la résolution, aucun autre solide n'est soumis à deux ou trois forces. Il sera donc plus efficace de continuer avec une approche analytique à partir de là.

Résolution analytique

Bras de levage (5)

On isole ici le bras de levage 5.

Ici, on remarque que le ressort, attaché à la pièce (5) comme montré sur la figure ci-dessous (voir figure 16 - Vue 3D du bras de levage), est décalé par rapport au plan de symétrie. Par conséquent, il nous empêche de considérer l'étude du bras de levage comme un problème plan.

Pour effectuer l'étude analytique de cette pièce, il a fallu dans un premier temps prendre quelques mesures, entachées d'incertitudes. Les mesures, et leurs incertitudes associées sont reportées dans les figures suivantes (voir figure 17 - Vue de face du bras de levage et Figure 18 - Vue de dessus du bras de levage).

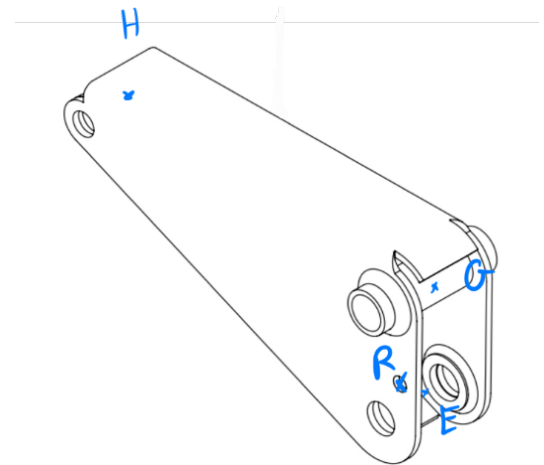


Figure 16 - Vue 3D du bras de levage

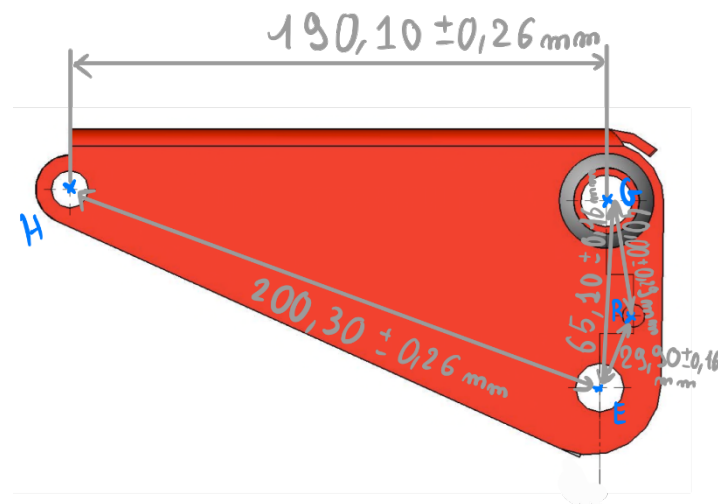


Figure 17 - Vue de face du bras de levage

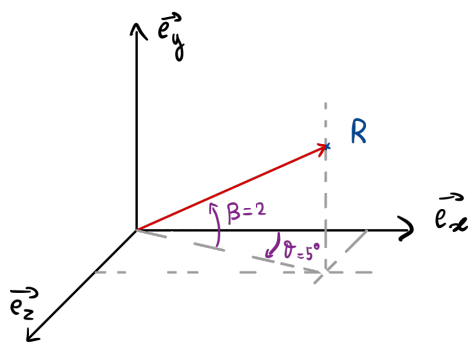


Figure 18 - Vue du dessus du bras de levage

Phase 1 : Poids du véhicule en J

Bilan des actions mécanique extérieures :

$$\begin{aligned}
 & \text{Pivot d'axe (H, } \vec{z} \text{)} : \begin{Bmatrix} X_H & L_H \\ Y_H & M_H \\ Z_H & 0 \end{Bmatrix}_{\forall \text{ pt de l'axe (H, } \vec{z} \text{)}} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -19620 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall \text{ pt de l'axe (H, } \vec{z} \text{)}} \\
 & \text{Pivot d'axe (E, } \vec{z} \text{)} : \begin{Bmatrix} -F_E * \cos(\gamma) & - \\ F_E * \sin(\gamma) & - \\ - & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_E * \cos(1^\circ) & - \\ F_E * \sin(1^\circ) & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{\forall \text{ pt de l'axe (E, } \vec{z} \text{)}} \\
 & \text{Pivot d'axe (G, } \vec{z} \text{)} : \begin{Bmatrix} X_G & L_G \\ Y_G & M_G \\ Z_G & 0 \end{Bmatrix}_{\forall \text{ pt de l'axe (G, } \vec{z} \text{)}} \\
 & \text{Ressort en R} : \begin{Bmatrix} X_R & 0 \\ Y_R & 0 \\ Z_R & 0 \end{Bmatrix}_R = \begin{Bmatrix} 7,94 * (\text{allongement}) * \cos(\beta) * \cos(\theta) & 0 \\ 7,94 * (\text{allongement}) * \sin(\beta) & 0 \\ 7,94 * (\text{allongement}) * \cos(\beta) * \sin(\theta) & 0 \end{Bmatrix}_R \\
 & = \begin{Bmatrix} 7,94 * (217 - 104,42) * \cos(2^\circ) * \cos(5^\circ) & 0 \\ 7,94 * (217 - 104,42) * \sin(2^\circ) & 0 \\ 7,94 * (217 - 104,42) * \cos(2^\circ) * \sin(5^\circ) & 0 \end{Bmatrix}_R = \begin{Bmatrix} 889,94 \pm 24,46 \text{ N} & 0 \\ 31,20 \pm 7,88 \text{ N} & 0 \\ 77,86 \pm 10,91 \text{ N} & 0 \end{Bmatrix}_R
 \end{aligned}$$



Les incertitudes sur les angles du ressort sont disponible tableau 8 de la page 11 en annexe

$$\begin{aligned}
 F_{x \text{ ressort}} &= F_{\text{ressort}} \times \vec{e}_x \\
 &= k \times \text{all} \times \cos(\beta) \times \cos(\theta) \\
 F_{y \text{ ressort}} &= F_{\text{ressort}} \times \vec{e}_y \\
 &= k \times \text{all} \times \sin(\beta) \\
 F_{z \text{ ressort}} &= F_{\text{ressort}} \times \vec{e}_z \\
 &= k \times \text{all} \times \cos(\beta) \times \sin(\theta)
 \end{aligned}$$

Figure 19 - Représentation dans l'espace du ressort en R

- On a donc un solide soumis à quatre forces non coplanaires, on peut maintenant appliquer le PFS analytiquement sur cette pièce ce qui nous donne les trois équations suivantes pour la somme des forces :

$$[1] \sum \vec{F} * \vec{x} = 0 \Leftrightarrow X_E + X_G + X_R = 0 \Leftrightarrow F_E * \cos(\gamma) + X_G = X_R \Leftrightarrow F_E = \frac{X_R - X_G}{\cos(\gamma)}$$

$$[2] \sum \vec{F} * \vec{y} = 0 \Leftrightarrow Y_E + Y_G + Y_R + Y_H = 0 \Leftrightarrow F_E = -\frac{-Y_H - Y_G - Y_R}{\sin(\gamma)}$$

$$[3] \sum \vec{F} * \vec{z} = 0 \Leftrightarrow Z_G + Z_R = 0 \Leftrightarrow Z_G = -Z_R$$

L'application numérique nous donne :

$$F_E = \frac{889.94 - X_G}{\cos(1^\circ)} N$$

$$F_E = -\frac{-19620 - Y_G - 31.20}{\sin(\gamma)} N$$

$$Z_G = -77.86 \pm 10,91 N$$

- Pour effectuer la somme des moments, il nous faut commencer par transporter les moments de chaque force au même point. On choisit d'appliquer la somme des moments au point R :

Transport des forces :

$$\bullet \quad \vec{M}_R(\vec{F}_H) = \vec{RH} \wedge \vec{F}_H = \begin{pmatrix} x_{RH} \\ y_{RH} \\ z_{RH} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_H \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z_{RH} * Y_H \\ 0 \\ x_{RH} * Y_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -441\,450 * 10^{-3} \\ 0 \\ 397\,6385,4 * 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\bullet \quad \vec{M}_R(\vec{F}_E) = \vec{RE} \wedge \vec{F}_E = \begin{pmatrix} x_{RE} \\ y_{RE} \\ z_{RE} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_E * \cos(\gamma) \\ -F_E * \sin(\gamma) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{RE} * F_E * \sin(\gamma) \\ z_{RE} * F_E * \cos(\gamma) \\ x_{RE} * -F_E * \sin(\gamma) - y_{RE} * F_E * \cos(\gamma) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22,5 * 10^{-3} * F_E * \sin(1^\circ) \\ -22,5 * 10^{-3} * F_E * \cos(1^\circ) \\ 30 * 10^{-3} * \sin(25^\circ) * F_E * \sin(1^\circ) + 30 * 10^{-3} * \cos(25^\circ) * F_E * \cos(1^\circ) \end{pmatrix}$$

$$\bullet \quad \vec{M}_R(\vec{F}_G) = \vec{RG} \wedge \vec{F}_G = \begin{pmatrix} x_{RG} \\ y_{RG} \\ z_{RG} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{RG} * Z_G - z_{RG} * Y_G \\ z_{RG} * X_G - x_{RG} * Z_G \\ x_{RG} * Y_G - y_{RG} * X_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 * 10^{-3} * \cos(13^\circ) * Z_G - (-22,5 * 10^{-3} * Y_G) \\ -22,5 * 10^{-3} * X_G - (-40 * 10^{-3} * \sin(13^\circ) * Z_G) \\ -40 * 10^{-3} * \sin(13^\circ) * Y_G - (40 * 10^{-3} * \cos(13^\circ) * X_G) \end{pmatrix}$$

- Cela étant fait, **on peut maintenant poser la somme des moments en R**. Seuls les résultats analytiques seront donnés, les calculs intermédiaires se trouvant à la *page 4 de l'annexe*.

$$[4] \quad \sum \vec{M}_R * \vec{x} = \vec{0} \Leftrightarrow L_G = -y_{RG} * Z_G - z_{RG} * Y_R$$

$$[5] \quad \sum \vec{M}_R * \vec{y} = \vec{0} \Leftrightarrow M_G = -z_{RG} * X_R + x_{RG} * Z_G$$

$$[6] \quad \sum \vec{M}_R * \vec{z} = \vec{0} \Leftrightarrow F_E = \frac{Y_H(x_{RG} - x_{RH}) + Y_R * x_{RG} + X_R * y_{RG}}{\sin(\gamma)(x_{RG} - x_{RE}) + \cos(\gamma)(y_{RG} - y_{RE})}$$

Toutes nos équations sur le bras de levage étant posées pour la phase 1, on peut maintenant faire l'application linéaire. On associe à ces forces des incertitudes répertoriées dans le tableau 12 en annexe à la page 13.

L'équation [4] nous donne :

$$L_G = 3.732 \pm 0.645 \text{ Nm}$$

L'équation [5] nous donne :

$$M_G = -3.30 \pm 0.94 \text{ Nm}$$

L'équation [6] nous donne :

$$F_E = -58997.23 \pm 327,37 \text{ N}$$

L'équation [1] nous donne :

$$X_G = 58098.31 \pm 363.58 \text{ N}$$

L'équation [2] nous donne :

$$Y_G = 18559.16 \pm 297,15 \text{ N}$$

On a donc déterminé toutes les liaisons de la pièce 5 lorsque le poids s'applique en J tel que :

Pivot d'axe (H, \vec{z})	Pivot d'axe (E, \vec{z})	Pivot d'axe (G, \vec{z})	Ressort en R
$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -19620 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\forall \text{ pt de l'axe (H, } \vec{z})$	$T = \begin{pmatrix} -58988,24 & 0 \\ 1029.64 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\forall \text{ pt de l'axe (E, } \vec{z})$	$T = \begin{pmatrix} 58\,098,31 & 3.732 \\ 18\,559.16 & -3.30 \\ -77.86 & 0 \end{pmatrix}$ $\forall \text{ pt de l'axe (G, } \vec{z})$	$T = \begin{pmatrix} 889.94 & 0 \\ 31.20 & 0 \\ 77.86 & 0 \end{pmatrix}_R$

Figure 20 - Tableau récapitulatif des AM extérieures à la pièce 5 en phase J

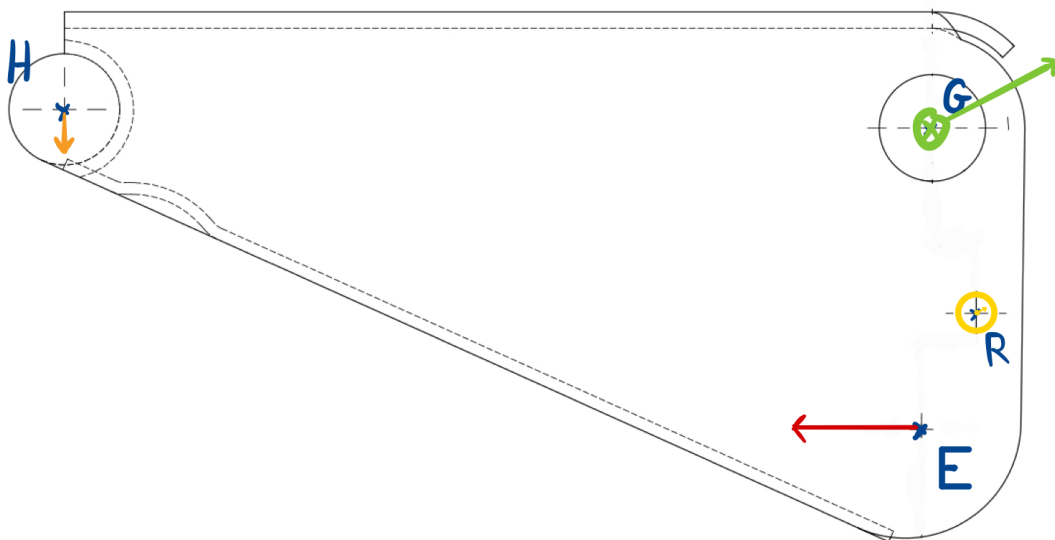


Figure 21 - Schéma des actions mécaniques extérieures à la pièce 5 en phase J

Phase 2 : Poids du véhicule en K

Nous pouvons faire le Bilan des **actions mécanique extérieures** :

$$\begin{aligned}
 - \text{Pivot d'axe (H, } \vec{z}) : & \begin{cases} X_H & L_H \\ Y_H & M_H \\ Z_H & 0 \end{cases} = \begin{cases} -F_H \cos(68^\circ) & 0 \\ -F_H \sin(68^\circ) & 0 \\ 0 & 0 \end{cases} = \begin{cases} -6982.29 & 0 \\ -17281 & 0 \\ 0 & 0 \end{cases} \text{ } \checkmark \text{ pt de l'axe (H, } \vec{z}) \\
 - \text{Pivot d'axe (E, } \vec{z}) : & \begin{cases} F_E * \cos(\gamma) & 0 \\ -F_E * \sin(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 \end{cases} = \begin{cases} F_E * \cos(1^\circ) & 0 \\ -F_E * \sin(1^\circ) & 0 \\ 0 & 0 \end{cases} \text{ } \checkmark \text{ pt de l'axe (E, } \vec{z}) \\
 - \text{Pivot d'axe (G, } \vec{z}) : & \begin{cases} X_G & L_G \\ Y_G & M_G \\ Z_G & 0 \end{cases} \text{ } \checkmark \text{ pt de l'axe (G, } \vec{z}) \\
 - \text{Ressort en R : } & \begin{cases} X_R & 0 \\ Y_R & 0 \\ Z_R & 0 \end{cases} \text{ } \checkmark \text{ } = = \begin{cases} 889.94 \pm 24,46 & 0 \\ 31.20 \pm 7,88 & 0 \\ 77.86 \pm 10,91 & 0 \end{cases} \text{ } \checkmark \text{ }
 \end{aligned}$$

Pour cette phase, l'ensemble des calculs intermédiaires seront détaillés *aux pages 5 et 6 en annexe*.

- On peut maintenant appliquer le PFS analytiquement sur cette pièce ce qui nous donne les trois équations suivantes pour la **somme des forces** :

$$[1] \sum \vec{F} * \vec{x} = 0 \Leftrightarrow F_E = \frac{-X_G - X_R - X_H}{\cos(\gamma)}$$

$$[2] \sum \vec{F} * \vec{y} = 0 \Leftrightarrow F_E = \frac{Y_G + Y_R + Y_H}{\cos(\gamma)}$$

$$[3] \sum \vec{F} * \vec{z} = 0 \Leftrightarrow Z_G + Z_R = 0 \Leftrightarrow Z_G = -Z_R$$

L'application numérique nous donne :

$$F_E = \frac{6092.35 - X_G}{\cos(1^\circ)} \text{ N}$$

$$F_E = \frac{-17250.09 + Y_G}{\sin(1^\circ)} \text{ N}$$

$$Z_G = -77.86 \pm 10,91 \text{ N}$$

Encore une fois nous avons effectué le transport des moments au point R qui se trouve en annexe.

- Cela étant fait, **on peut maintenant poser la somme des moments en R** :

$$[4] \sum \vec{M}_R * \vec{x} = \vec{0} \Leftrightarrow L_G = -y_{RG} * Z_G - z_{RG} * Y_R$$

$$[5] \sum \vec{M}_R * \vec{y} = \vec{0} \Leftrightarrow M_G = z_{RH} * X_R + x_{RG} * Z_G$$

$$[6] \sum \vec{M}_R * \vec{z} = \vec{0} \Leftrightarrow F_E = -\frac{Y_H(x_{RH} - x_{RG}) + X_H(y_{RG} - y_{RH}) - Y_R * x_{RG} + X_R * y_{RG}}{\sin(\gamma)(x_{RG} - x_{RE}) + \cos(\gamma)(y_{RG} - y_{RE})}$$

Toutes nos équations sur le bras de levage étant posées pour la phase 2, on peut maintenant faire l'application linéaire. On associe à ces forces des incertitudes répertoriés dans le tableau 13 en annexe à la page 13.

L'équation [4] nous donne :

$$L_G = 3.70 \pm 0,65 \text{ Nm}$$

L'équation [5] nous donne :

$$M_G = -19.32 \pm 3,26 \text{ Nm}$$

L'équation [6] nous donne :

$$F_E = -52864.14 \pm 314,55 \text{ N}$$

L'équation [1] nous donne :

$$X_G = 58948.44 \pm 383,45 \text{ N}$$

L'équation [2] nous donne :

$$Y_G = 16347.48 \pm 286,96 \text{ N}$$

On a donc déterminé toutes les liaisons de la pièce 5 lorsque le poids s'applique en K tel que :

Pivot d'axe (H, \vec{z})	Pivot d'axe (E, \vec{z})	Pivot d'axe (G, \vec{z})	Ressort en R
$T = \begin{Bmatrix} -6982.29 & 0 \\ -17281 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$ $\forall \text{ pt de l'axe } (H, \vec{z})$	$T = \begin{Bmatrix} -52856.09 & 0 \\ 922.61 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$ $\forall \text{ pt de l'axe } (E, \vec{z})$	$T = \begin{Bmatrix} 58948.44 & 3.70 \\ 16347.48 & -19.32 \\ -77.86 & 0 \end{Bmatrix}$ $\forall \text{ pt de l'axe } (G, \vec{z})$	$T = \begin{Bmatrix} 889.94 & 0 \\ 31.20 & 0 \\ 77.86 & 0 \end{Bmatrix}_R$

Figure 22 - Tableau récapitulatif des AM extérieures à la pièce 5 en phase K

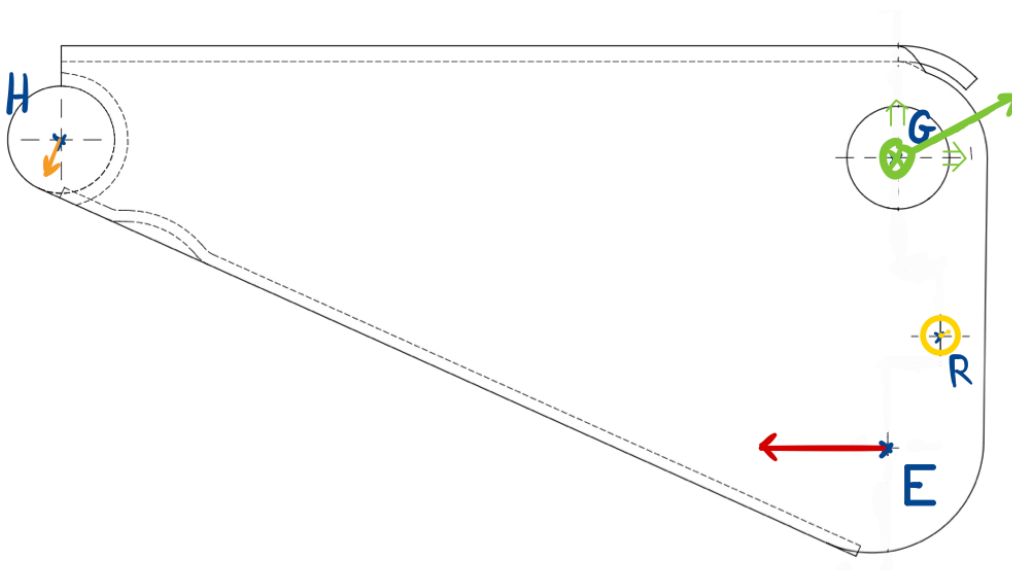


Figure 23 - Schéma des actions mécaniques extérieures à la pièce 5 en phase K

Résolution de la partie hydraulique

À ce stade, la résolution du PFS est pratiquement arrivée à son terme. En effet nous avons pu déterminer les actions mécaniques présentes en sortie de la zone hydraulique représentées par la force $\|\vec{F}_E\| = \|\vec{F}_D\| = 52864.14$. Il reste toujours les forces d'entrée à identifier. Pour rappel, en isolant le levier nous avons pu obtenir des relations des forces au point U et au point A en fonction de la force en B. Par conséquent, pour faire le lien entre la force de l'utilisateur et les forces de sorties, il nous reste à analyser (comme annoncé en introduction) la zone de transition de notre système, à savoir la zone hydraulique. Pour se faire, nous avons choisi de la modéliser comme un piston. C'est-à-dire que la force appliquée en entrée par la liaison au point B va venir compresser un fluide sous pression se situant dans la partie hydraulique pour transmettre une force de pression au point D :

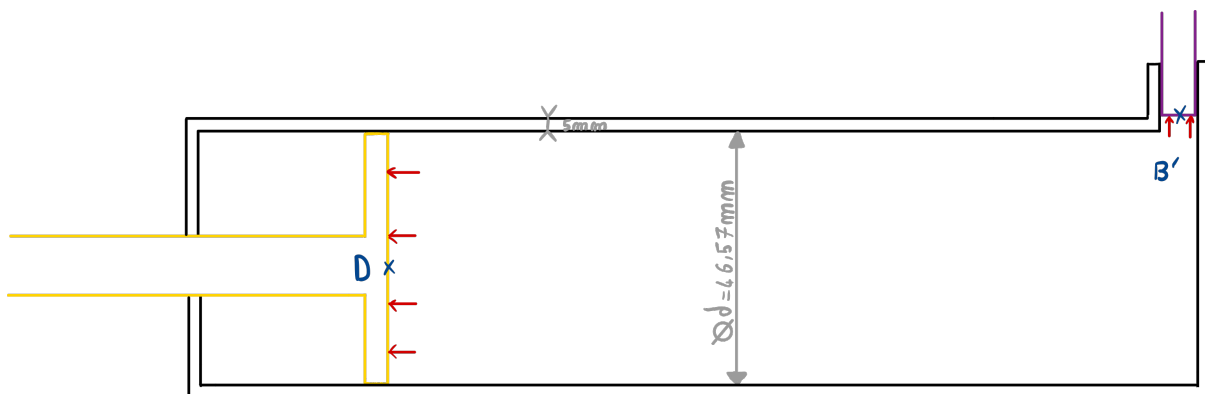


Figure 24 - Schéma de la partie hydraulique du cric

En effet, comme le montre la figure 15 ci-dessus, l'espace présent entre les surfaces contenant les points B et D est soumis à une pression qui va donc s'appliquer de la même manière au point B et D, soit $p_D = p_B$. Ce qui va changer en revanche, ce seront les surfaces sur lesquelles elle s'appliquera. On rappelle la formule de la pression : $p = F * S$ avec F la force de pression globale appliquée sur la surface S d'application (force surfacique qui peut être divisée en plusieurs forces infinitésimales appliquées à chaque point de la surface S).

Nous avons remarqué aussi que le piston se trouvait dans un carter de diamètre 56.57mm, ce qui signifie que notre section en D, qui nous est inconnue, est inférieure à ce diamètre. Par convention, s'agissant d'un carter, nous considérons une épaisseur de celui-ci de 5mm afin de se rapprocher de la réalité. Donc le diamètre de la section sur laquelle s'applique la pression vaut : $D_D = 56.57 - 2 \times 5 = 46.57 \text{ mm}$. Cependant, on considère que la section en B est de 11.67 mm, dû à la dimension minimale du diamètre de cette section.

On utilise alors les deux formules précédentes pour en déduire une relation liante F_D et F_B :

On distingue les deux positions du poids :

- Poids en J :

$$\begin{aligned}
 p_D &= p_B \\
 \Leftrightarrow \frac{F_D}{S_D} &= \frac{F_B}{S_B} \\
 \Leftrightarrow \frac{F_D}{\pi * \left(\frac{D_D}{2}\right)^2} &= \frac{F_B}{\pi * \left(\frac{D_B}{2}\right)^2} \\
 \Leftrightarrow \frac{F_D}{D_D^2} &= \frac{F_B}{D_B^2} \\
 \Leftrightarrow F_B &= \frac{F_D * D_B^2}{D_D^2} \\
 \Leftrightarrow F_B &= \frac{F_D * 11,31^2}{46,57^2}
 \end{aligned}$$

On connaît $\|\vec{F}_D\| = \|\vec{F}_E\| = 58997,23 \text{ N}$, donc :

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow F_B &= \frac{58997,23 * 11,31^2}{46,57^2} \text{ N} \\
 \Leftrightarrow F_B &= 3479,72 \pm 98,12 \text{ N}
 \end{aligned}$$

On note ici que la force en sortie sur le vérin est environ 17 fois supérieure à celle appliquée au point B. On observe bel et bien ici que c'est la partie hydraulique qui provoque une démultiplication de la force d'entrée.

D'après l'étude graphique de la *figure 13 -Résolution graphique sur le levier à la page 9*,

On sait que $F_u = 0,08 \times F_B$

On peut donc calculer $F_{uth} = 0,08 \times F_B = 0,08 \times 3479,72 = 278,38 \pm 26,16 \text{ N}$

- Poids en K :

$$\begin{aligned}
 p_D &= p_B \\
 \Leftrightarrow F_B &= \frac{F_D * 11,31^2}{46,57^2}
 \end{aligned}$$

On connaît $\|\vec{F}_D\| = \|\vec{F}_E\| = 52864,14 \text{ N}$

$$\Leftrightarrow F_B = 3117,98 \pm 78,23 \text{ N}$$

D'après l'étude graphique de la *figure 13 -Résolution graphique sur le levier à la page 9*,

On sait que $F_u = 0,08 \times F_B$

On peut donc calculer $F_u = 0,08 \times F_B = 0,08 \times 3117,98 = 249,44 \pm 22,58 \text{ N}$

On remarque aussi que le choix du diamètre de la section en D influe de façon significative sur la force utilisateur minimale à fournir pour rompre le PFS comme le montre le *tableau 2 et la figure 28 à la page 8 en annexe*. C'est pourquoi, pour se rapprocher de la réalité et la valeur de notre force expérimentale, nous avons choisi un diamètre de $46,57 \text{ mm}$.

Réponses aux problématiques

Problématique 1

Sous la charge maximale de 2 tonnes, quelle AM doit exercer le vérin ?

Dans notre étude statique, le PFS nous a permis d'obtenir la valeur de l'effort que doit fournir le vérin pour supporter un poids de 2 tonnes sur la sellette soudée. Cette force se résume par les torseurs de la liaison pivot entre le bras de levage et le vérin pour un poids extérieur appliqué en J, puis en K :

- -Poids au point J : $T = \begin{Bmatrix} -58098.31 & 0 \\ 1029.64 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_E$
- -Poids au point K : $T = \begin{Bmatrix} -52856.09 & 0 \\ 922.61 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_E$

L'intérêt d'avoir obtenu ces valeurs dans notre étude était principalement de pouvoir exprimer la force transmise en sortie de la zone hydraulique par le vérin. Ce début d'analyse nous a montré que malgré un poids extrêmement élevé, le vérin était capable d'émettre une force quasiment 3 fois supérieure à ce poids pour s'y opposer. Sachant que la force que peut exercer un humain sur le levier ne doit pas être trop excessive afin de rendre cette pratique abordable par tous, on peut d'ores et déjà avoir un premier aperçu de l'amplification de force qu'appliquera la zone hydraulique. Il s'agissait donc surtout d'une étape préliminaire de notre étude afin de déterminer notre force utilisateur minimale à fournir pour rompre le PFS et faire fonctionner le système.

Problématique 2

En supposant que l'utilisateur exerce une force orthogonale au levier, étudier l'équilibre global du cric sous un véhicule.

Après avoir observé l'importance des forces post-hydrauliques dans notre étude statique, nous nous sommes intéressés à travers cette seconde problématique à l'ensemble du cric hydraulique et aux moyens employés par la zone hydraulique pour maintenir le système en équilibre tout en transmettant en sortie une force décuplée. Pour cela, il nous a fallu analyser les actions mécaniques qu'engendrerait une action sur le levier (forces en entrée du système). Pour se faire, il a fallu utiliser les résultats précédents pour comprendre comment les forces au sein de la partie hydraulique pouvaient être représentées. En prenant le modèle d'un piston, on a pu remarquer qu'au sein de cette zone, une même pression s'appliquait constamment aux points B' et D. À partir de notre étude statique, nous en avons déduit que :

Pour un poids appliqué en J, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \|\vec{F}_D\| &= \|\vec{F}_E\| = 58997.23 \pm 327,37 \text{ N} \\ \|\vec{F}_B\| &= 3479.72 \pm 98,12 \text{ N} \end{aligned}$$

Tandis que pour un poids en K,

$$\begin{aligned} \|\vec{F}_D\| &= \|\vec{F}_E\| = 52864.14 \pm 314,55 \text{ N} \\ \|\vec{F}_B\| &= 3117.98 \pm 78,23 \text{ N} \end{aligned}$$

Ce que l'on peut noter avec ces résultats, c'est que la présence de la pression au sein de la partie hydraulique permet de renvoyer une force près de 17 fois supérieure à celle fournie en entrée au point B. Cela justifie donc l'usage d'un mécanisme hydraulique pour ce type de système. En effet, on retrouve souvent le même procédé dans des engins de chantier avec des articulations pouvant supporter des poids d'autant plus importants, et donc en ce qui concerne notre cric hydraulique et

son contexte d'utilisation, on comprend là tout l'intérêt d'implémenter ce genre de mécanisme pour supporter des poids importants.

Problématique 3

Sous une charge appliquée au point K, quelle est l'action minimale que doit exercer l'utilisateur pour rompre l'équilibre et donc actionner le levier ?

Pour une force appliquée au point de levage J, soit au centre de la sellette, nous avons déduit que pour un poids de 19620 N, l'utilisateur devrait fournir un effort de $F_{u,th} = 278,38 \pm 26,16 \text{ N}$ pour rompre le PFS. Nous avons supposé que la relation reliant ces deux forces était d'une forme proportionnelle en déduisant donc un coefficient de démultiplication de la force de $a' = \frac{P}{F_{u,th}} = 70,48$.

Lorsque le poids était cette fois appliquée en k, donc décalé sur la sellette, nous avons trouvé un $F_{u,th} = 249,44 \pm 22,58 \text{ N}$ et un coefficient de démultiplication de la force de $a' = \frac{P}{F_{u,th}} = 78,66$.

Nous avons pu aussi comparer nos deux valeurs théoriques à notre valeur expérimentale qui vaut $F_{u,exp-orthogonale} = 329,18 \text{ N}$ et dont le coefficient de démultiplication vaut $a' = 59,60$.

Il est donc constatable que notre force utilisateur expérimentale ne rentre pas dans les plages d'incertitudes de nos deux valeurs théoriques

L'écart entre les valeurs théorique et la valeur expérimentale est analysable par un calcul de pourcentage d'erreur.

Dans les faits, nous ne pouvons seulement comparer la force théorique lorsque le poids est appliqué en K et la force expérimentale car il est pratiquement impossible d'avoir une force parfaitement en J. Une force en J implique en effet des efforts nuls dans la biellette ce qui rend la comparaison avec notre expérience irréaliste.

$$\text{Pourcentage d'erreur en K} = \left| \frac{329,18 - 249,44}{249,44} \right| \times 100 = 31,97\%$$

En revanche, nous avons pu observer par expérience que cette supposition n'était pas tout à fait exacte. Plutôt qu'une relation de proportionnalité, nous avons déduit une relation linéaire avec un coefficient directeur de 0.0214 et une valeur d'origine de 9.8454. Par conséquent la question se pose: Comment expliquer cet écart entre la relation théorique et la relation expérimentale ?

La raison la plus probable serait la négligence des frottements lors de l'étude théorique. En effet, ayant considéré les liaisons comme parfaites, nous avons exclu la présence de forces internes au système ce qui seraient potentiellement à l'origine du décalage à l'origine étant donné que les coefficients directeurs restent relativement proches malgré tout. Pour compenser la négligence de ces forces, nous avons utilisé les incertitudes pour montrer que cet écart peut être réduit à une valeur proche de 0 et ainsi nous pourrions en conclure que l'hypothèse initiale d'un lien de proportionnalité n'était pas entièrement fausse.

De plus, l'épaisseur du carter étant inconnue nous ne pouvons avoir la réelle force de pression. Nous pouvons voir dans le tableau 2 de la page 8 de l'annexe que l'épaisseur du carter influence significativement la valeur de cette force.

Par cette étude de la force utilisateur à fournir, nous avons pu observer que le lien entre la réalité et la théorie différençait. Les frottements et la connaissance non complète et non précise de notre système, en particulier de la zone hydraulique, influencent considérablement nos analyses.

Conclusion

L'étude du mécanisme de ce cric hydraulique nous a permis d'obtenir un premier aperçu de ce en quoi consiste l'analyse mécanique d'un système. Grâce aux acquis théoriques que nous avons, il nous a fallu réussir à poser un problème depuis les observations que nous avons portées au système choisi pour ensuite y apporter des réponses mathématiques et logiques. Pour se faire nous avons dû émettre des hypothèses nous permettant de simplifier notre étude en vérifiant bien sur leur véracité sur l'intégralité du système, ce qui impliquait également de savoir les remettre en question lorsque qu'elles s'avéraient fausses et trouver une autre approche comme ça a pu être le cas durant l'étude du bras de levage du cric.

Nous avons également dû utiliser les moyens dont nous disposions pour observer les phénomènes physiques mesurables durant les expériences ce qui nous a permis de nuancer les valeurs théoriques obtenues au cours de notre analyse statique.

Ce que l'on a pu mettre en évidence, c'est notamment la présence de forces internes venant contredire la théorie considérant des liaisons parfaites. En effet, nous avons pu établir expérimentalement que le mécanisme global du cric n'impliquait pas exactement une démultiplication proportionnelle de la force humaine comme supposé, mais qu'une partie de cette force était bouleversée par des forces non considérées dans notre étude théorique, en d'autres termes les frottements entre les solides qui composent notre système (frottements que nous avons choisis de ne pas inclure dans cette étude).

De plus, nous avons démontré que l'efficacité du cric dépend en grande partie de la zone hydraulique qui, comme nous avons pu le voir, transmet un effort d'une intensité considérable comparé à la force appliquée par un humain en entrée.

En résumé, l'utilisation quotidienne d'objet technique nous pousse parfois à négliger le questionnement sur leur fonctionnement ce qui, pour ingénieur, n'est pas permis étant donné que c'est par ses connaissances mathématiques, mécaniques, qu'un ingénieur peut apporter des solutions à des problèmes qu'il devra parfois identifier de lui-même. Le cric hydraulique est d'ailleurs un parfait exemple d'application de connaissances théoriques pour répondre à une problématique, ici en l'occurrence pouvoir soulever une voiture pour changer une roue sans problèmes.

Annexe

Plans :

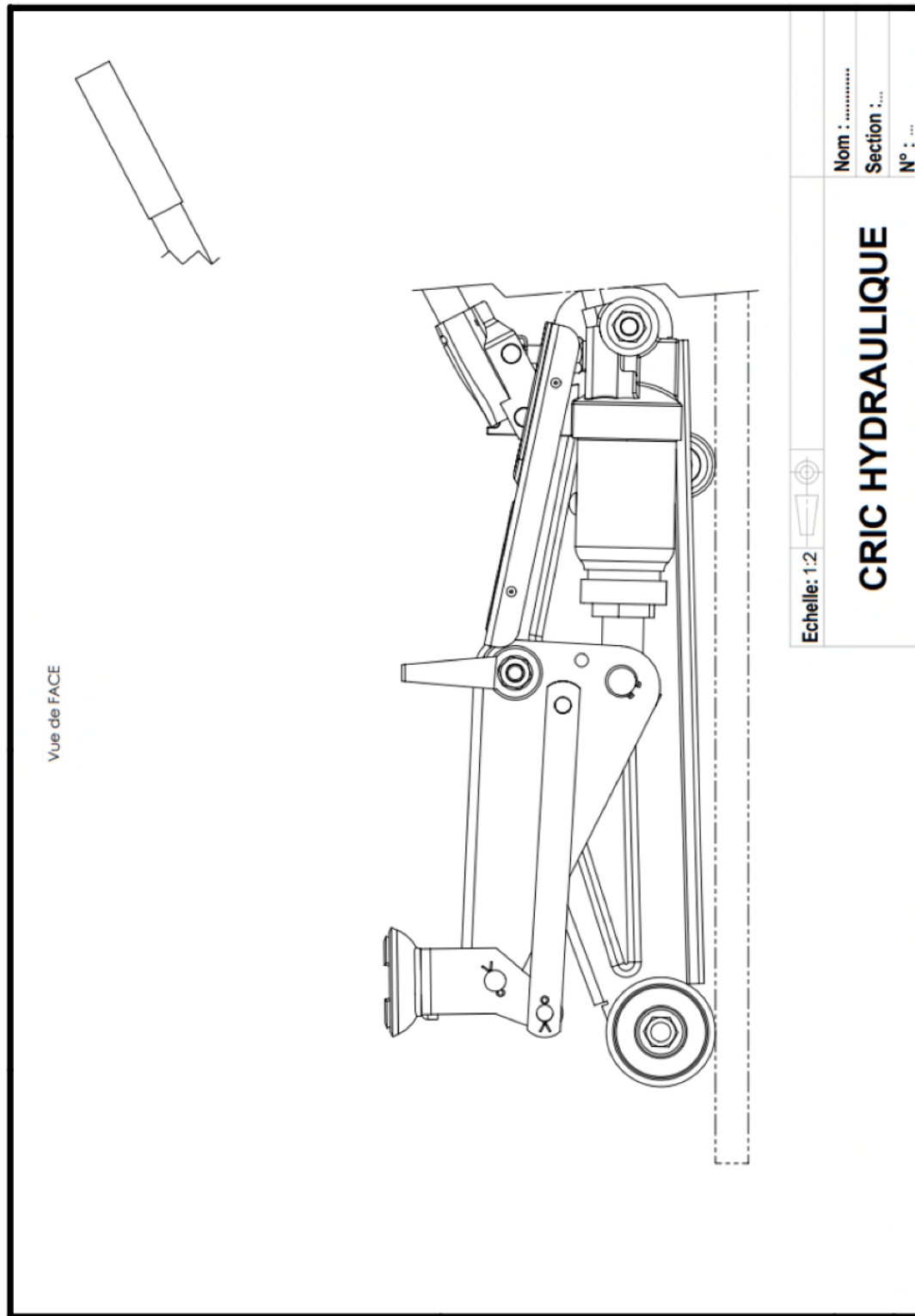


Figure 25 - Vue de face du cric hydraulique en A3

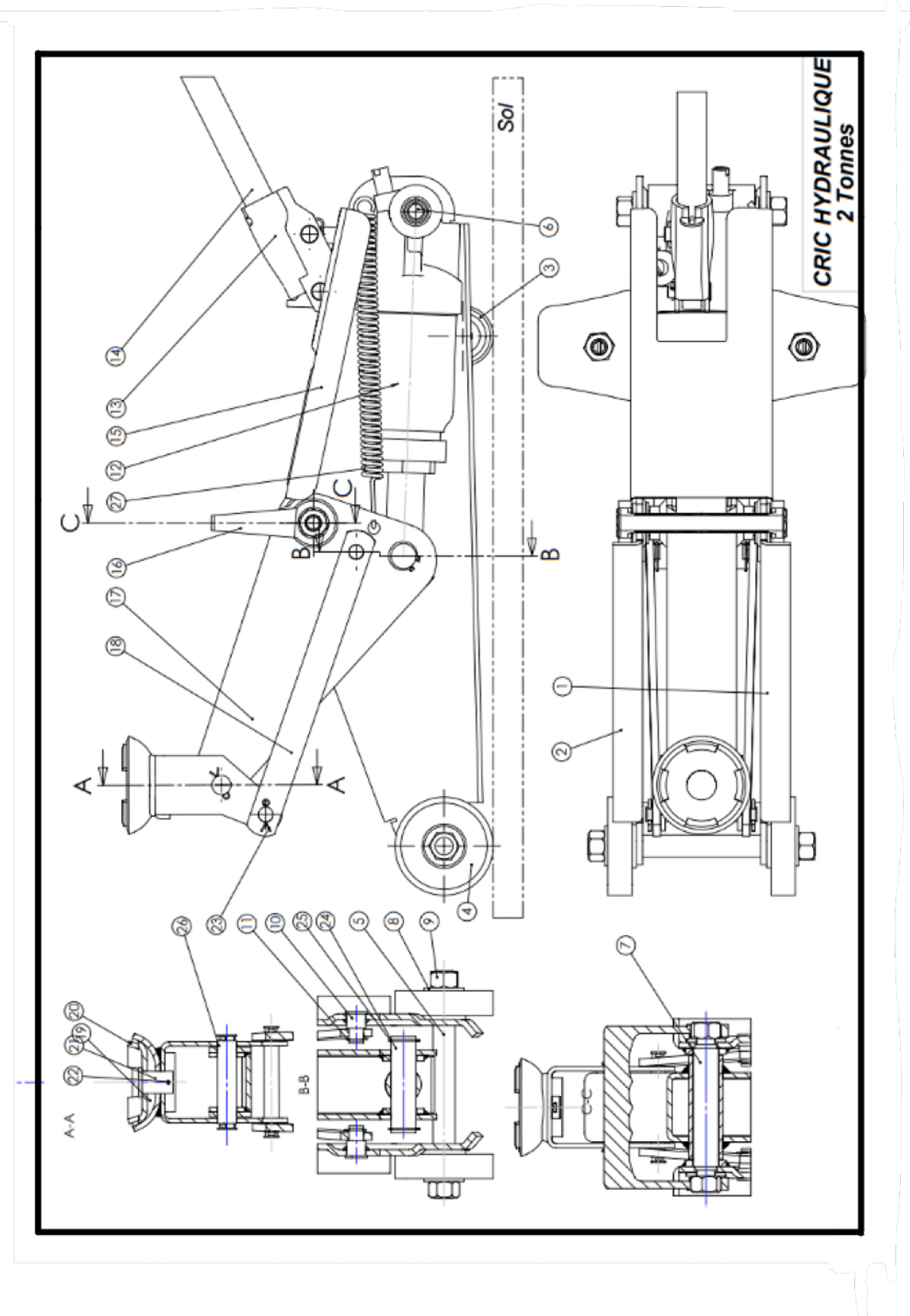


Figure 26 - Diverses vues du cric hydraulique en A3

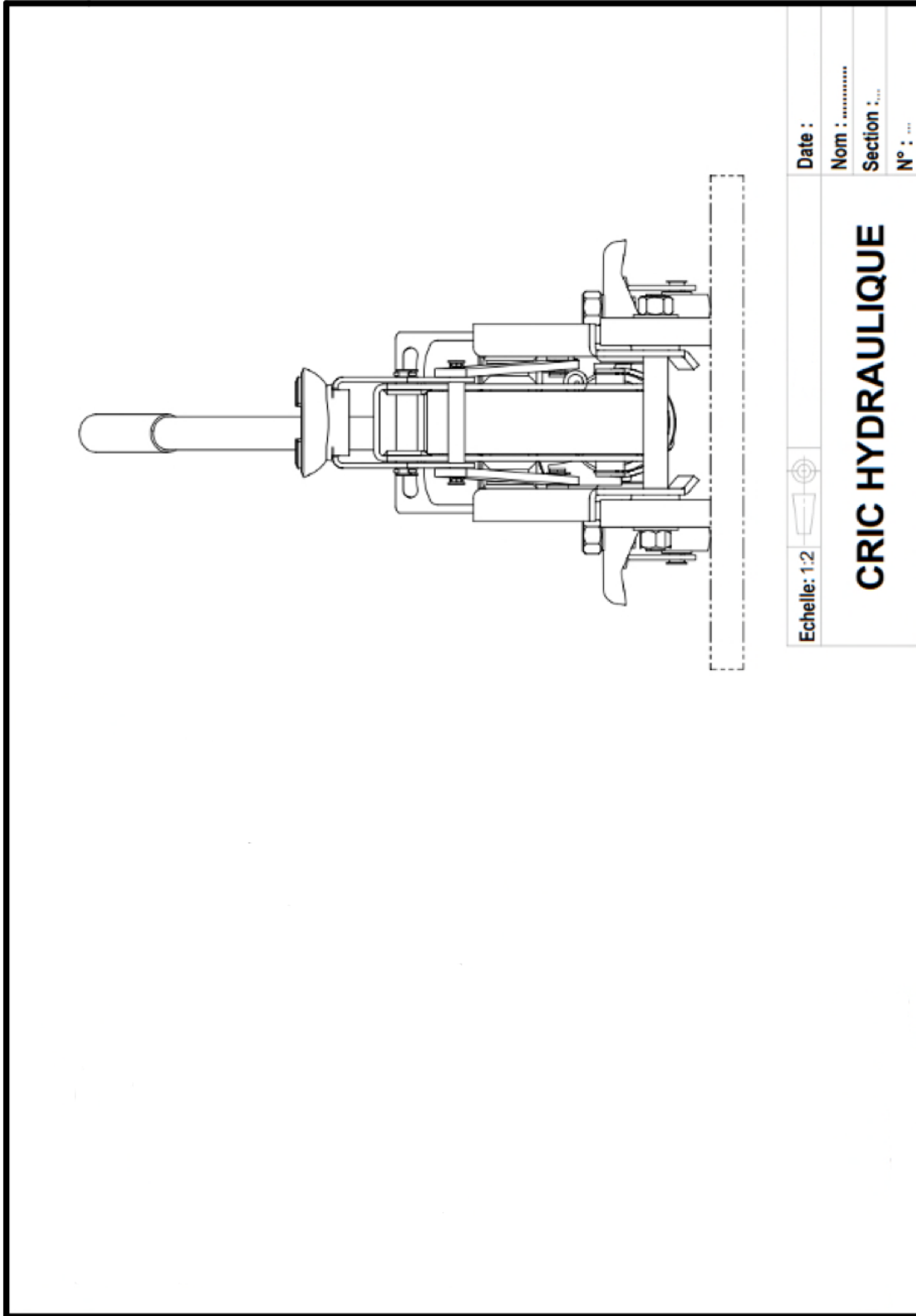


Figure 27 - Vue de côté du cric hydraulique en A3

Principe fondamentale de la statique :

- Phase J :

- Equations de la somme des moments en R :

$$[4] \sum \vec{M}_R * \vec{x} = \vec{0}$$

$$[4] \Leftrightarrow -z_{RH} * Y_H + z_{RE} * F_E * \sin(\gamma) + y_{RG} * Z_G - z_{RG} * Y_G + L_G = 0$$

$$[4] \Leftrightarrow L_G = z_{RH} * Y_H - z_{RE} * F_E * \sin(\gamma) - y_{RG} * Z_G + z_{RG} * Y_G$$

$$[4] \Leftrightarrow L_G = z_{RH} * Y_H - z_{RE} * F_E * \sin(\gamma) - y_{RG} * Z_G + z_{RG} * (-Y_H + F_E * \sin(\gamma) - Y_R)$$

Or $z_{RH} = z_{RE} = z_{RG}$

Donc,

$$[4] \Leftrightarrow L_G = -y_{RG} * Z_G - z_{RG} * Y_R$$

$$[5] \sum \vec{M}_R * \vec{y} = \vec{0}$$

$$[5] \Leftrightarrow z_{RE} * F_E * \cos(\gamma) + z_{RG} * X_G - x_{RG} * Z_G + M_G = 0$$

$$[5] \Leftrightarrow M_G = -z_{RE} * F_E * \cos(\gamma) - z_{RG} * X_G + x_{RG} * Z_G$$

$$[5] \Leftrightarrow M_G = -z_{RE} * F_E * \cos(\gamma) - z_{RG} * (-F_E * \cos(\gamma) + X_R) + x_{RG} * Z_G$$

Or $z_{RH} = z_{RE} = z_{RG}$

$$[5] \Leftrightarrow M_G = -z_{RG} * X_R + x_{RG} * Z_G$$

$$[6] \sum \vec{M}_R * \vec{z} = \vec{0}$$

$$[6] \Leftrightarrow x_{RH} * Y_H + x_{RE} * -F_E * \sin(\gamma) - y_{RE} * F_E * \cos(\gamma) + x_{RG} * Y_G - y_{RG} * X_G = 0$$

$$[6] \Leftrightarrow x_{RH} * Y_H + x_{RE} * -F_E * \sin(\gamma) - y_{RE} * F_E * \cos(\gamma) + x_{RG} * (F_E * \sin(\gamma) - Y_R - Y_H) - y_{RG} * (X_R - F_E * \cos(\gamma)) = 0$$

$$[6] \Leftrightarrow F_E * (-x_{RE} * \sin(\gamma) - y_{RE} * \cos(\gamma) + x_{RG} * \sin(\gamma) + y_{RG} * \cos(\gamma)) = -x_{RH} * Y_H + x_{RG} * Y_R + x_{RG} * Y_H + y_{RG} * X_R$$

$$[6] \Leftrightarrow F_E = \frac{Y_H(x_{RG} - x_{RH}) + Y_R * x_{RG} + X_R * y_{RG}}{\sin(\gamma)(x_{RG} - x_{RE}) + \cos(\gamma)(y_{RG} - y_{RE})}$$

▪ Phase k :

• Equations de la somme des forces :

$$[1] \sum \vec{F} * \vec{x} = 0 \Leftrightarrow X_E + X_G + X_R + X_H = 0 \Leftrightarrow F_E * \cos(1^\circ) + X_G + X_R + X_H = 0$$

$$\Leftrightarrow F_E = \frac{-X_G - X_R - X_H}{\cos(\gamma)}$$

$$[2] \sum \vec{F} * \vec{y} = 0 \Leftrightarrow Y_E + Y_G + Y_R + Y_H = 0 \Leftrightarrow -F_E * \sin(1^\circ) + Y_G + Y_R + Y_H = 0$$

$$\Leftrightarrow F_E = \frac{Y_G + Y_R + Y_H}{\cos(\gamma)}$$

$$[3] \sum \vec{F} * \vec{z} = 0 \Leftrightarrow Z_G + Z_R = 0 \Leftrightarrow Z_G = -Z_R$$

• Transport des forces en R :

$$\vec{M}_R(\vec{F}_H) = \vec{RH} \wedge \vec{F}_H = \begin{pmatrix} x_{RH} \\ y_{RH} \\ z_{RH} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_H \\ Y_H \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z_{RH} * Y_H \\ z_{RH} * X_H \\ x_{RH} * Y_H - y_{RH} * X_H \end{pmatrix}$$

$$\vec{M}_R(\vec{F}_E) = \vec{RE} \wedge \vec{F}_E = \begin{pmatrix} x_{RE} \\ y_{RE} \\ z_{RE} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_E * \cos(\gamma) \\ -F_E * \sin(\gamma) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{RE} * F_E * \sin(\gamma) \\ z_{RE} * F_E * \cos(\gamma) \\ x_{RE} * -F_E * \sin(\gamma) - y_{RE} * F_E * \cos(\gamma) \end{pmatrix}$$

$$\vec{M}_R(\vec{F}_G) = \vec{RG} \wedge \vec{F}_G = \begin{pmatrix} x_{RG} \\ y_{RG} \\ z_{RG} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{RG} * Z_G - z_{RG} * Y_G \\ z_{RG} * X_G - x_{RG} * Z_G \\ x_{RG} * Y_G - y_{RG} * X_G \end{pmatrix}$$

• Equations de la somme des moments en R lors de la phase K :

$$[4] \sum \vec{M}_R * \vec{x} = \vec{0}$$

$$[4] \Leftrightarrow -z_{RH} * Y_H + z_{RE} * F_E * \sin(\gamma) + y_{RG} * Z_G - z_{RG} * Y_G + L_G = 0$$

$$[4] \Leftrightarrow L_G = z_{RH} * Y_H - z_{RE} * F_E * \sin(\gamma) - y_{RG} * Z_G + z_{RG} * Y_G$$

$$[4] \Leftrightarrow L_G = z_{RH} * Y_H - z_{RE} * F_E * \sin(\gamma) - y_{RG} * Z_G + z_{RG} * (-Y_H + F_E * \sin(\gamma) - Y_R)$$

Or, $z_{RH} = z_{RE} = z_{RG}$

Donc,

$$[4] \Leftrightarrow L_G = -y_{RG} * Z_G - z_{RG} * Y_R$$

$$[5] \sum \vec{M}_R * \vec{y} = \vec{0}$$

$$[5] \Leftrightarrow z_{RH} * X_H + z_{RE} * F_E * \cos(\gamma) + z_{RG} * X_G - x_{RG} * Z_G + M_G = 0$$

$$[5] \Leftrightarrow M_G = -z_{RH} * X_H - z_{RE} * F_E * \cos(\gamma) - z_{RG}(-X_R - X_H - F_E * \cos(1^\circ)) + x_{RG} * Z_G$$

$$\text{Or, } z_{RH} = z_{RE} = z_{RG}$$

Donc,

$$[5] \Leftrightarrow M_G = z_{RH} * X_R + x_{RG} * Z_G$$

$$[6] \sum \vec{M}_R * \vec{z} = \vec{0}$$

$$[6] \Leftrightarrow x_{RH} * Y_H - y_{RH} * X_H + x_{RE} * -F_E * \sin(\gamma) - y_{RE} * F_E * \cos(\gamma) + x_{RG} * Y_G - y_{RG} * X_G = 0$$

$$[6] \Leftrightarrow x_{RH} * Y_H - y_{RH} * X_H + x_{RE} * -F_E * \sin(\gamma) - y_{RE} * F_E * \cos(\gamma) + x_{RG}(F_E * \sin(\gamma) - Y_R - Y_H) - y_{RG}(-X_R - X_H - F_E * \cos(\gamma)) = 0$$

$$[6] \Leftrightarrow F_E(\sin(\gamma)(x_{RG} - x_{RE}) + \cos(\gamma)(y_{RG} - y_{RE})) = -Y_H(x_{RH} - x_{RG}) - X_H(y_{RG} - y_{RH}) + Y_R * x_{RG} - X_R * y_{RG}$$

$$[6] \Leftrightarrow F_E = -\frac{Y_H(x_{RH} - x_{RG}) + X_H(y_{RG} - y_{RH}) - Y_R * x_{RG} + X_R * y_{RG}}{\sin(\gamma)(x_{RG} - x_{RE}) + \cos(\gamma)(y_{RG} - y_{RE})}$$

Expérience force utilisateur poids :

Charge appliquée P (en N)	Fu minimale (en N)	Fu minimale moyen (en N)	Incertitude Élargie sur Fu minimale (en N)
326,61	16,87	16,74	0,28
	16,68		
	16,68		
336,61	17,17	17,1	0,16
	17,07		
	17,07		
346,61	17,56	17,43	0,28
	17,37		
	17,37		
366,61	18,64	18,64	0,06
	18,64		
	18,64		
371,61	19,13	18,94	0,42
	18,84		
	18,84		

Tableau 1 – Tableau répertoriant les différentes forces utilisateur minimales expérimentales pour rompre le PFS suivant les charges appliquées sur la sellette soudée

Partie hydraulique :

Diamètre de la Section en D (en mm)	FB (en N)	Fu théorique (en N)	Coefficient théorique $a = \frac{Fu}{P}$	Coefficient De Démultiplication $a' = \frac{P}{Fu}$
56,57	2358,22	188,66	0,009	103,99
54,57	2534,25	202,74	0,010	96,77
52,57	2730,74	218,46	0,011	89,81
50,57	2951,01	236,08	0,012	83,11
48,57	3199,05	255,92	0,013	76,66
46,57	3479,72	278,38	0,014	70,48
44,57	3799,02	303,92	0,016	64,56
42,57	4164,37	333,15	0,017	58,89
40,57	4585,08	366,81	0,019	53,49

Tableau 2 – Tableau de l'évolution de Fu minimale théorique en fonction de la section D, lorsque la charge est de 19620 N en J et lorsque l'angle du bras de levage vaut 20° avec l'horizontale

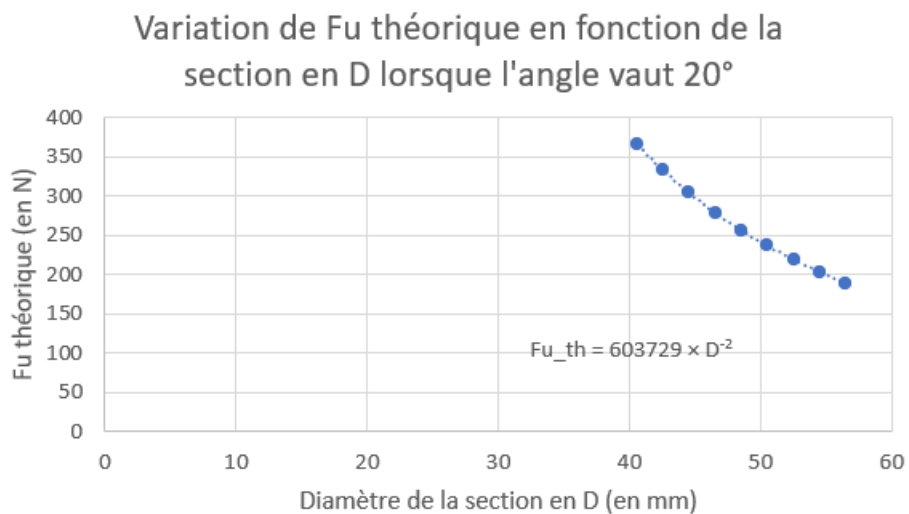


Figure 28 - Graphique de l'évolution de la Force utilisateur minimale en fonction du diamètre de la section D, lorsque la charge est de 19620 N en J et lorsque l'angle du bras de levage vaut 20° avec l'horizontale

Incertitudes :

Pour les incertitudes sur nos grandeurs, nous avons pris compte des erreurs aléatoires et des erreurs systématiques car nos valeurs mesurées seront entachées par ces deux types d'erreurs. De ce fait, nous avons, pour chaque grandeur, effectué la composition des **incertitudes- type aléatoire, nommées de type A** ainsi que des **incertitudes-type systématique, nommées de type B**. Puis lorsqu'une grandeur dépendait d'autres grandeurs nous avons effectué la propagation des incertitudes.

<u>Incertitude de type A</u>	<u>Incertitude de type B</u>
La valeur moyenne des résultats : $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	L'incertitude sur la lecture d'une échelle graduée : $u_{lec} = \frac{1 \text{ graduation}}{\sqrt{12}}$
L'écart type pour prendre en compte la répartition des valeurs autour de la moyenne : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$	L'incertitude sur un indicateur numérique : $u_{tolérance} = \frac{t}{\sqrt{3}}$
L'intervalle de confiance sur une moyenne : $u_A = q \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	
Pour la composition des incertitudes de type A et de type B nous utiliserons les formules suivantes : $u = \sqrt{(u_A)^2 + (u_B)^2}$	
Ensuite, lorsque nous aurons une grandeur qui dépend de plusieurs grandeurs, nous utiliserons la formule de la propagation des incertitudes, selon les cas suivants Si $y = f(x_1, x_2 \dots x_n)$ alors : $u_x = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u_{x_i}\right)^2}$	
Si $x = ay \pm bz$ alors : $u_x = \sqrt{a^2 \times u_y^2 + b^2 \times u_z^2}$	Si $x = ay^\alpha \times bz^\beta$ alors : $\frac{u_x}{x} = \sqrt{a^2 \left(\frac{u_y}{y}\right)^2 + \beta^2 \left(\frac{u_z}{z}\right)^2}$
L'incertitude élargie : $U = ku$ Avec k le facteur d'élargissement. Ici $k=1.96$, pour un niveau de confiance à 95%. Et finalement, notre grandeur sera alors notée : $X = \bar{X} \pm U$	

Tableau 3 – Tableau répertoriant les différentes formules de calculs des incertitudes

Les incertitudes de type B des différents plusieurs instruments et appareils de mesures que nous avons utilisé sont résumées dans le tableau ci-dessous.

Règle de résolution 1mm	Un rapporteur de résolution 1.00°	Une balance de tolérance 0.1g	Un pied à coulisse ABS Digimatic, de résolution 0,01m
$u_{lec} = 0.29\text{mm}$	$u_{lec} = 0.29^\circ$	$u_{tolérance} = 0.058\text{g}$	$u_{tolérance} = 0.06\text{mm}$

Tableau 4 – Incertitudes de type B de nos différents instruments et appareils de mesure

Ressort :

l_i (en mm)	\bar{l}_i (en mm)	Incertitude élargie u_{l_i} (en mm)
104,40	104.43	0.20
104,48		
104,50		
104,34		
104,41		

Tableau 5 – Calcul de la longueur moyenne de la longueur initiale du ressort et son incertitude associée

Force appliquée (en N)	l_{f_i} (en mm)	\bar{l}_f (en mm)	u_{l_f} (en mm)	Allongement (en mm)	Incertitude élargie sur allongement (en mm)
231,52	133,23	133,23	0,14	28,80	0,47
	133,25				
	133,22				
251,52	135,5	135,57	1.05	31,14	1.81
	135,81				
	135,4				
271,14	139,03	138,77	1.14	34,34	1.92
	138,59				
	138,68				
281,52	139,81	139,27	1.74	34,84	2.12
	139,94				
	139,27				
291,14	140,71	140,74	0,20	36,31	0.56
	140,74				
	140,78				
331,52	147,52	147,38	0,68	42,95	1.39
	147,38				
	147,25				

Tableau 6 – Calcul des allongements du ressort pour différents poids appliqués

Force appliquée (en N)	k (en N/mm)	u_k (en N/mm)
231,52	8,04	0,03
251,52	8,08	0,01
271,14	7,90	0,01
281,52	8,08	0,01
291,14	8,02	0,02
331,52	7,72	0,02

Tableau 7 – Calcul de la raideur k pour différentes charges appliquées et son incertitude

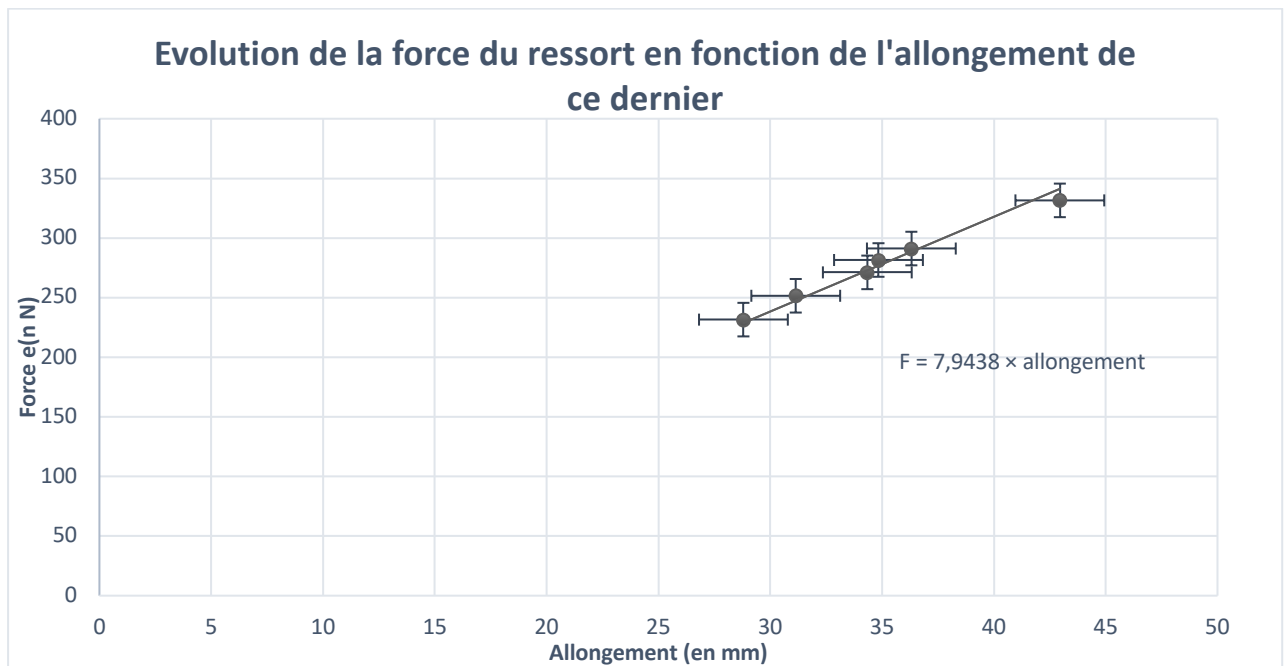


Figure 29 - Graphique présentant l'évolution de la force du ressort en fonction de l'allongement de ce dernier

Pour notre ressort, on a mesuré l'angle que faisait ce dernier avec les différents axes.

Angle du Ressort	Mesures (en °)	Angle moyen (en °)	Incertitude élargie sur les angles (en °)
θ	5,1	5	0,64
	5		
	5,1		
B	2,1	2,2	0.63
	2,2		
	2,2		

Tableau 8 – Calculs des angles moyen du ressort et leurs incertitudes associées

Longueurs :

Nous avons besoin de connaître certaines longueurs pour effectuer notre PFS. Nous les avons mesurés avec une règle sur le schéma plusieurs fois afin de pouvoir effectuer une incertitude sur celles-ci.

Longueur	Mesures (en mm)	Longueur moyenne (en mm)	Incertitude élargie (en mm)
HG	190,20	190,10	0,34
	190,00		
	190,10		
HE	200,20	200,30	0,32
	200,30		
	200,30		
EG	65,10	65,10	0,29
	65,10		
	65,00		
GR	39,90	40,00	0,41
	40,10		
	40,10		
ER	29,80	29,90	0,32
	29,90		
	29,90		
Largeur du bras de levage	45,10	45,10	0,33
	45,10		
	45,00		
Diamètre du Carter en D	56,60	56,70	0,32
	56,70		
	56,70		
Diamètre de la section en B'	11,30	11,30	0,29
	11,30		
	11,30		

Tableau 9 – Tableau répertoriant les différentes longueurs et leurs incertitudes associées

Tableaux des incertitudes sur les forces :

Ressort	Valeurs des forces (en N)	Incertitude Élargie Sur ces valeurs (en N)
X_R	889,94	24,46
Y_R	31,2	7,88
Z_R	77,86	10,91

Tableau 10-Incertitudes sur la force du ressort

Forces	Valeur de la force (en N)	Incertitude élargie sur ces valeurs (en N)
F_H	19620	0
F_I	0	0
F_F	0	0
F_E	58997,23	327,37
X_G	58098,31	363,58
Y_G	18559,16	297,15
Z_G	77,86	10,91
L_G	3,73	0,645
M_G	3,30	0,94
Phase hydraulique		
F_B	3479,72	98,12
F_u	278,38	26,16

Tableau 11-Incertitudes sur les forces en phase J

Forces	Valeur de la force (en N)	Incertitude élargie sur ces valeurs (en N)
X_H	6282,29	241,14
Y_H	17281	365,73
F_I	7112,25	83,67
F_F	7112,25	83,67
F_E	52864,14	314,55
X_G	58948,44	383,45
Y_G	16347,48	286,96
Z_G	77,86	10,91
L_G	3,70	0,65
M_G	19,32	3,26
Phase hydraulique		
F_B	3117,98	78,23
F_u	249,44	22,58

Tableau 12-Incertitudes sur les forces en phase K